

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۱۹/۱۲/۱۴۰۱



# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۰	اجباری	۱۰	۱	۷۰ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۰		۱۱	۲۰	
	هندرسه ۳	۱۰		۲۱	۳۰	
	هندرسه ۲	۱۰		۳۱	۴۰	
	آمار و احتمال	۵		۴۱	۴۵	



## ریاضیات

### حسابان (۲)

-۱ اگر  $f(x) = \sqrt{3+2x-x^2}$  و  $g(x) = 2^{x-1}$  باشد، آن‌گاه اختلاف ماقریزم و مینیمم مطلق تابع  $(gof)(x)$  کدام است؟

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

-۲ اگر  $f(x) = \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})}$  باشد، آن‌گاه  $f'(\frac{\pi}{6})$  کدام است؟

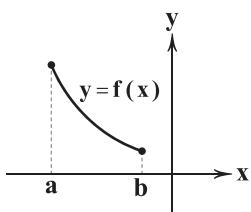
− $\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

−۱ (۲)

۱ (۱)

-۳ اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  در فاصله  $[a, b]$  به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه توابع  $(x)$  و  $g(x) = x^3 f(x)$  در بازه  $[a, b]$  چه وضعی دارند؟



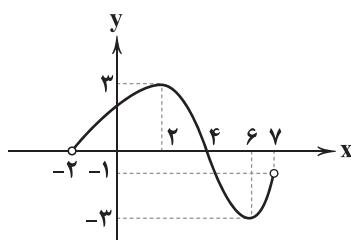
۱) هر دو صعودی

۲) صعودی و  $g$  نزولی

۳) هر دو نزولی

۴)  $h$  نزولی و  $g$  صعودی

-۴ اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  در بازه  $(-2, 7)$  به شکل زیر باشد، آن‌گاه مجموع اعداد صحیح صادق در نامعادله  $f(x) < f'(x) < 0$  کدام است؟



۹ (۱)

۷ (۲)

۵ (۳)

۳ (۴)

-۵ اگر نقطه  $A(2, b)$  یکی از نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2ax + 3$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

-۶ اگر  $x$  باشد، آن‌گاه  $f(x) = \sin x \cos 2x \tan 3x$  برابر است با:

$-2\sqrt{2}$  (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

$-\sqrt{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

محل انجام محاسبات



-۷ اگر  $f'(3) = 6$  باشد، آن‌گاه  $a$  برابر است با:

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

-۸ اگر  $f$  تابعی مشتق‌پذیر و  $f(0) = 1$  و  $f'(0) = 2$  باشد، آن‌گاه  $g(x) = f(2f(x)+2)$  برابر است با:

۴) صفر

-۲ (۳)

-۴ (۲)

-۸ (۱)

-۹ اگر  $f(x) = x^3 - 2x^2 + f'(1)$  باشد، آن‌گاه  $f(-1)$  برابر است با:

-۲ (۴)

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

-۱۰ کمترین مقدار تابع  $f(x) = \sqrt{x}(x-7)^3$  کدام است؟

-۱۲۵ (۴)

-۲۱۶ (۳)

-۲۵۲ (۲)

-۲۵۶ (۱)

### ریاضیات گستته

-۱۱ چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۶۰۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام آن ۸ باشد؟

۱۶۵ (۴)

۱۶۴ (۳)

۱۵۸ (۲)

۱۵۵ (۱)

-۱۲ با حروف کلمه «آیلین» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که در آن کلمه، حروف نقطه‌دار و بی‌ نقطه، یک در میان باشند؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۱۲ (۲)

۷ (۱)

-۱۳ اگر ۴ برادر هم سن و هم قد بخواهند ۴ کت و ۴ شلوار را در ۴ روز طوری بپوشند که هر کدام هر ۴ کت و شلوار را امتحان کنند، کدام

برنامه‌ریزی می‌تواند این مطلوب را میسر کند؟

۱۱	۲۲	۴۴	۳۳
۴۳	۱۴	۲۲	۲۱
۲۴	۳۱	۱۳	۴۲
۳۳	۴۱	۲۳	۱۲

۱۱	۳۳	۴۴	۲۲
۳۴	۱۲	۲۱	۴۳
۴۲	۲۴	۱۳	۳۱
۲۳	۴۱	۲۲	۱۴

۱۱	۳۳	۴۴	۲۲
۴۳	۲۲	۲۱	۴۳
۳۲	۲۴	۱۳	۳۱
۲۱	۴۳	۳۴	۱۳

۱۲	۲۲	۴۴	۴۱
۳۱	۴۳	۱۳	۲۲
۲۴	۱۴	۲۱	۳۴
۳۲	۳۳	۱۱	۴۲

-۱۴ اگر با اضافه کردن ۳۵ یال به گراف  $C_n$ ، گراف حاصل دارای  $n$  مجموعه احاطه‌گری مینیمم با عدد احاطه‌گری ۱ شود،  $n$  کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

-۱۵ اگر تعداد کل مسیرهای گراف  $P_n$  برابر ۵۵ باشد، عدد احاطه‌گری  $P_{n+2}$  کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

-۱۶ برای یک گراف ۲-منتظم از مرتبه ۱۲، چند حالت برای عدد احاطه‌گری امکان‌پذیر است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

-۱۷ یک گراف کامل از مرتبه ۷، چند مجموعه احاطه‌گر غیر مینیمال دارد؟

۱۲۰ (۴)

۱۲۱ (۳)

۱۲۵ (۲)

۱۲۷ (۱)

محل انجام محاسبات



-۱۸- در یک مستطیل  $6 \times 8$  که دارای ۴۸ مربع واحد است، چند مستطیل  $3 \times 5$  می‌توان ساخت؟

۴۰ (۴)

۲۸ (۳)

۱۲ (۲)

۱۶ (۱)

-۱۹- چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز و مضرب ۳ می‌توان از بین ارقام  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  ساخت؟

۳۰ (۴)

$30 \times 3! (3)$

$3^2 \times 2! (2)$

$3 \times 2! (1)$

-۲۰- از ۴ شهر و از هر شهر ۵ نفر در مسابقه‌ای شرکت کرده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از بین آن‌ها انتخاب کرد به طوری‌که فقط ۲ نفر از یک شهر باشند؟

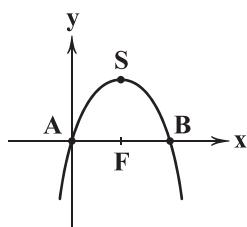
۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

### هندسه (۳)



-۲۱- اگر  $x^3 - 4x + ky = 0$  معادله سه‌می زیر باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

$\frac{1}{4} (1)$

$\frac{1}{2} (2)$

۲ (۳)

۴ (۴)

-۲۲- یک سه‌می محور x‌ها را در ۲ نقطه به طول‌های ۱ و ۵ قطع می‌کند و رأس این سه‌می روی خط  $y = -x + 4$  است. در این سه‌می طول وتر کانونی کدام است؟

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

-۲۳- خطی از کانون سه‌می عبور می‌کند و سه‌می را در ۲ نقطه A و B قطع می‌کند. اگر فاصله نقطه A تا خط هادی برابر ۴ و فاصله نقطه B تا کانون برابر ۶ باشد، فاصله رأس این سه‌می تا خط هادی کدام است؟

۵/۴ (۴)

۴/۸ (۳)

۳/۶ (۲)

۲/۴ (۱)

-۲۴- دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 24y + m = 0$  بر سه‌می  $x^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  در رأس آن و خط هادی آن مماس است. مقدار  $m$  کدام است؟

۱۴۴ (۴)

۱۲۱ (۳)

۱۱۵ (۲)

۹۶ (۱)

-۲۵- یک تلسکوپ انعکاسی دارای آینه سه‌موی است که فاصله رأس تا کانون آن برابر ۶۴ cm است. اگر قطر قاعده آن ۱۶۰ cm باشد، عمق آینه در مرکز چند سانتی‌متر است؟

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۲ (۲)

۲۵ (۱)



- ۲۶- اگر  $A(-5, -2), B(3, 7)$  و  $C(3, -2)$  دو سر یک پاره خط باشند، نقطه میانی این پاره خط در کدام ناحیه قرار دارد؟

(۴) هفتم

(۳) پنجم

(۲) سوم

(۱) دوم

- ۲۷- دو ضلع یک مثلث  $\bar{a} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$  و  $\bar{b} = -4\bar{i} + 4\bar{k}$  می‌باشند، محیط این مثلث تقریباً چقدر است؟ ( $\sqrt{2} \approx 1.4$ )

(۴)  $18/2$

(۳)  $16/4$

(۲)  $15/6$

(۱)  $13/4$

- ۲۸- دو بردار  $\bar{a} + \bar{b}$  و  $\bar{a} - \bar{b}$  برو هم عمودند. اگر  $|\bar{a} - \bar{b}| = |\bar{b}|$  باشد، زاویه بین دو بردار  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  چند درجه است؟

(۴)  $120^\circ$

(۳)  $90^\circ$

(۲)  $60^\circ$

(۱)  $45^\circ$

- ۲۹- زاویه بین  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  برابر  $142^\circ$  و زاویه بین  $\bar{a} + \bar{b}$  و  $\bar{a} - \bar{b}$  برابر  $71^\circ$  است. دو بردار  $\bar{a} + \bar{b}$  و  $\bar{a} - \bar{b}$  با هم چه زاویه‌ای می‌سازند؟

(۴)  $120^\circ$

(۳)  $90^\circ$

(۲)  $60^\circ$

(۱)  $45^\circ$

- ۳۰- اگر نقطه  $A(2, 3, n+2)$  روی صفحه‌های  $x-y$  قرار داشته باشد، آنگاه نقطه  $B(m+2m, m-n, m+n)$  روی صفحه‌های  $x-z$  باشند. آن گاه  $n =$

در کجا قرار دارد؟

(۴) روی محور  $x$ ها

(۳) ناحیه هشتم

(۲) روی صفحه  $y = -6$

(۱) روی محور  $y$

## هندسه (۲)

- ۳۱- در مثلثی اندازه یک ضلع برابر ۲ واحد و زاویه رو به آن  $45^\circ$  است. مجموع فواصل محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث تا

رئوس آن کدام است؟

(۴)  $3\sqrt{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۱)  $\sqrt{2}$

- ۳۲- در مثلث  $ABC$ ،  $\cos \hat{B} = 2b/2a$ ، مقدار  $\hat{A}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

- ۳۳- مساحت دایره محیطی دوازده ضلعی منتظم به ضلع ۲ کدام است؟

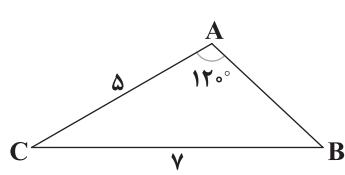
(۴)  $8\pi(2 - \sqrt{2})$

(۳)  $8\pi(2 + \sqrt{3})$

(۲)  $4\pi(2 - \sqrt{2})$

(۱)  $4\pi(2 + \sqrt{3})$

- ۳۴- مساحت مثلث مقابل چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟



(۴)  $\frac{15}{4}$

(۳)  $\frac{13}{4}$

(۲)  $\frac{15}{2}$

(۱)  $\frac{13}{2}$

محل انجام محاسبات



-۳۵- اگر در مثلثی رابطه  $b^3 + c^3 = a^3(b+c)$  بین اضلاع مثلث برقرار باشد، اندازه زاویه A کدام است؟

$120^\circ$  (۴)

$60^\circ$  (۳)

$45^\circ$  (۲)

$30^\circ$  (۱)

-۳۶- طول بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث به اضلاع ۳، ۵ و ۷ کدام است؟

$\frac{5\sqrt{3}}{2}$  (۴)

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۳)

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

-۳۷- اضلاع مثلثی با اعداد ۳، ۴ و ۵ متناسب‌اند، نیمساز داخلی زاویه بزرگ‌تر آن رارسم می‌کنیم. مساحت کوچک‌ترین مثلث حاصل چند برابر

مساحت مثلث اصلی است؟

$\frac{5}{8}$  (۴)

$\frac{3}{7}$  (۳)

$\frac{5}{7}$  (۲)

$\frac{4}{7}$  (۱)

-۳۸- در مثلث ABC اگر  $c=12$ ،  $b=5$  و  $\hat{A}=90^\circ$ ، آن‌گاه حدود a کدام است؟

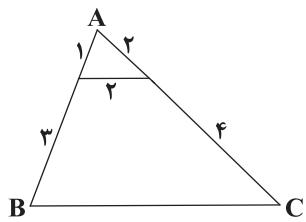
$6 < a < 13$  (۲)

$7 < a < 17$  (۱)

$a < 13$  (۴)

$7 < a < 13$  (۳)

-۳۹- در شکل رو به رو، مساحت مثلث ABC کدام است؟



$4\sqrt{3}$  (۱)

$6\sqrt{3}$  (۲)

$6\sqrt{15}$  (۳)

$3\sqrt{15}$  (۴)

-۴۰- در مثلث ABC رابطه  $\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C} - 2 = 0$  برقرار است. اندازه زاویه A کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$  (۴)

$\frac{\pi}{2}$  (۳)

$\frac{\pi}{6}$  (۲)

$\frac{\pi}{3}$  (۱)

### آمار و احتمال

۱، ۸، ۹، ۷، ۵، ۳، ۷، ۲، ۳، ۵

-۴۱- با توجه به داده‌های مقابل حاصل  $IQR = 25 - ۲۵$  کدام است؟ (IQR: دامنه میان‌چارکی)

$13/3$  (۴)

$13/2$  (۳)

$7/3$  (۲)

$9/2$  (۱)

-۴۲- واریانس داده‌های  $2p-z$ ،  $y-4$ ،  $3-x$ ،  $5-p$ ،  $n-m$  و  $x+2z$  و  $n+4z$  و  $2m-z+1$  برابر صفر است و واریانس داده‌های  $m$  و  $p$  برابر

برابر  $\frac{17}{4}z^2 - 14z + \frac{105}{4}$  است. حاصل  $2x+y-z$  کدام است؟

-۵ (۴)

۵ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)



۴۳ - جدول زیر انحراف از میانگین داده‌ها را ارائه می‌کند. زاویهٔ دادهٔ برابر با میانگین در نمودار دایره‌ای چند برابر زاویهٔ داده با بیشترین فراوانی

در نمودار دایره‌ای است؟

$x_i - \bar{x}$	-۳	-۲	۰	۲	۳	۴
فراوانی	۱۰	۷	۲	$x$	۶	۵

$\frac{1}{2}(2)$

$\frac{1}{5}(1)$

$\frac{1}{6}(4)$

$\frac{1}{4}(3)$

۴۴ - از داده‌های ۱, ۲, ۲, ۲, ۵, ۳, ۲, ۵, ۳, ۲, ۲, ۱, ۵, ۲, ۳, ۷, ۵, ۳ مد را حذف می‌کنیم، داده‌های باقی‌مانده را ۲ برابر کرده و از همه آن‌ها ۱ واحد کم

می‌کنیم. دامنهٔ میان‌چارکی نمودار جعبه‌ای این داده‌ها چقدر است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۴۵ - نمودار میله‌ای برای کدام متغیر مناسب نیست؟

۲) تعداد کشورهایی که آب و هوای کوهستانی دارند.

۱) وزن دانش‌آموزان

۴) کیفیت میوه‌ها

۳) برند خودروها



تَوْرِبُوجَت

# خبرخوب عند رانه گاتاج

اردوی مطالعاتی مجازی  
ویژه دوران طلایی نوروز

از ۲۰ اسفند  
الی ۱۸ فروردین

برای اطلاعات بیشتر  
به نمایندگی شهر خود  
مراجعته نمایید



دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۱۹/۱۲/۱۴۰۱



# آزمون‌های سراسری کنکور

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه	تعداد سؤال: ۶۰

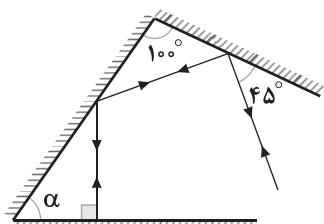
عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		ردیف
				تا	از	
۱	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۷۰	۴۶	۱
	فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۸۰	۷۱	
	فیزیک ۲	۱۰		۹۰	۸۱	
۲	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۰۵	۹۱	۲
	شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۱۵	۱۰۶	
	شیمی ۲	۱۰		۱۲۵	۱۱۶	



## فیزیک

- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری وارد مجموعه سه آینه تخت شده و از همان مسیر مجدد خارج می‌شود. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



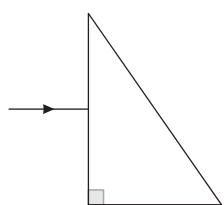
۴۵ (۱)

۵۰ (۲)

۵۵ (۳)

۶۰ (۴)

- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تکرنگی به صورت کاملاً افقی از هوا به منشور شیشه‌ای تابیده می‌شود. کدام گزینه در ارتباط با پرتوی نور خارج شده از منشور درست است؟



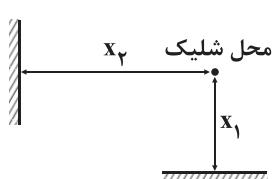
۱) پرتو به صورت افقی از منشور خارج می‌شود.

۲) پرتو به سمت بالای خط افق منحرف می‌شود.

۳) نمی‌توان در مورد زاویه شکست پرتو نظر دارد.

۴) پرتو به سمت پایین خط افق منحرف می‌شود.

- مطابق شکل زیر، صدای شلیک گلوله یک نفنگ از دو مانع مختلف بازتابیده و به سمت تیرانداز برمی‌گردد. با فرض آن که تندی انتشار صوت در هوا  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، برای آن که صدای شلیک اصلی و هر یک از دو پژواک برای تیرانداز قابل تفکیک باشد و سه صدا را جدا از هم بشنود،  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب از راست به چپ برحسب متر در کدام گزینه می‌توانند درست باشند؟



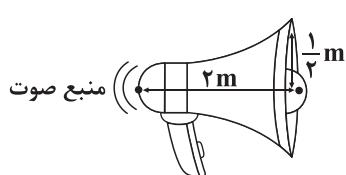
۳۰ - ۸ (۱)

۴۵ - ۳۵ (۲)

۵۰ - ۱۰ (۳)

۴۵ - ۲۵ (۴)

- مطابق شکل زیر، توان بلندگو  $W = 20$  است. شدت صوت در دهانه خروجی بلندگو چند واحد SI است؟ ( $\pi \approx 3$  و از جذب انرژی توسط بدنه بلندگو صرف نظر شود).



$\frac{5}{12}$

$\frac{2}{3}$  (۱)

$\frac{8}{3}$

$\frac{5}{3}$  (۳)

- شخصی در فاصله ۱۰ متری از یک چشمۀ صوت، صدای چشمۀ صوت را با تراز شدت صوت  $80 \text{ dB}$  دریافت می‌کند. اگر  $20 \text{ dB}$  درصد انرژی صوت

$$\text{در راه رسیدن از چشمۀ به شخص تلف شود، توان چشمۀ صوت چند وات است؟} \quad (I_o = 10^{-6} \frac{\mu\text{W}}{\text{m}^2}, \pi \approx 3)$$

۰/۰ ۹۶ (۲)

۰/۱۵ (۱)

۰/۹۶ (۴)

۰/۱۲ (۳)



- ۵۱- معادله مکان - زمان نوسان یک منبع موج در SI به صورت  $\ddot{x} = 2\sin(200\pi t)$  است. این منبع موج به یک طناب همگن به طول ۲ متر و جرم ۴۰ گرم که در راستای محور y قرار دارد، متصل شده است. اگر این طناب را با نیروی کشش ۷۲ نیوتون بکشیم، چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) موج ایجادشده در طناب از نوع عرضی است.

(ب) موج ایجادشده در طناب دارای طول موج ۶۰ cm است.

(ج) سرعت انتشار موج در طناب برابر  $\frac{m}{s} 60$  است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

- ۵۲- صدای یک شیپور در فاصله ۱ متری از آن دارای تراز شدت صوت  $30 \text{ dB}$  است. اگر چهار شیپور مشابه شیپور اول، به همراه آن در یک نقطه به صدا درآیند، در فاصله ۲ متری از آن‌ها تراز شدت صوت چند دسی بل می‌شود؟ (دامنه ثابت و  $\log 2 = 0.3$  است).

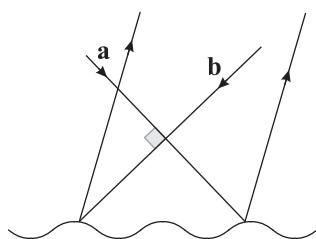
۳۷ (۴)

۳۶ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

- ۵۳- در شکل زیر، دو پرتوی نور a و b بر یکدیگر عمود بوده و به سطح بازتابنده ناهمواری می‌تابند. اگر زاویهٔ تابش پرتوی a برابر با  $30^\circ$  و پرتوهای بازتابشده از سطح با یکدیگر موازی باشند، زاویهٔ تابش پرتوی b چند درجه بوده است؟



۱۵ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

- ۵۴- کدام کمیت مربوط به امواج رادیویی FM در مقایسه با امواج رادیویی AM کم‌تر است؟

۲) تندی انتشار در خلاء

۱) طول موج

۴) بسامد

۳) انرژی

- ۵۵- دو بسامد متوالی یک تار دو سربسته هنگام تشکیل موج ایستاده  $180 \text{ Hz}$  و  $240 \text{ Hz}$  می‌باشد. اگر تندی انتشار موج در تار  $\frac{m}{s} 84$  باشد، بسامد نوسان سوم چند هرتز است؟

۲۴ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۶۰ (۱)

- ۵۶- دستگاه لرزه‌نگاری، وقوع زلزله‌ای را در عمق  $3/6$  کیلومتری از خود نشان می‌دهد و اختلاف زمانی رسیدن دو موج P و S به این دستگاه برابر ۲ دقیقه است. اگر تندی یکی از این امواج  $300$  درصد بیشتر از دیگری باشد، تندی موج S چند متر بر ثانیه است؟

۴۲ (۴)

۲۱ (۳)

۲۲/۵ (۲)

۱۱/۲۵ (۱)

- ۵۷- اختلاف بسامدهای هماهنگ پنجم و دوم یک تار دو انتهای بسته برابر  $240 \text{ Hz}$  است. اگر جرم تار  $5 \text{ g}$  و طول آن  $12/5 \text{ cm}$  باشد، اندازه نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

۸ (۲)

۳۲ (۴)

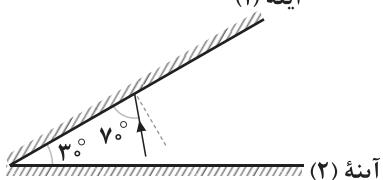
۴۰ (۱)

۱۶ (۳)



- ۵۸- شکل زیر، دو آینه تخت بسیار بلند متقاطع را نشان می‌دهد. پرتو نور تکفام SI به آینه (۱) برخورد کرده و پس از بازتابش هایی میان دو آینه، از فضای بین آن‌ها خارج می‌شود. زاویه بازتابش در آخرین بازتاب این پرتو از آینه‌ها چند درجه است؟

آینه (۱)



آینه (۲)

۲۰ (۱)

۸۰ (۲)

۷۰ (۳)

۵۰ (۴)

- ۵۹- در طنابی با طول  $40\text{ cm}$  که دو طرف آن بسته است، موج ایستاده‌ای با  $6\text{ cm}$  ارتفاع تشکیل می‌شود. بسامد نوسان چند هرتز است؟ (تندی انتشار

$$\text{موج در طناب} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 120 \text{ است.}$$

۱۰۵۰ (۴)

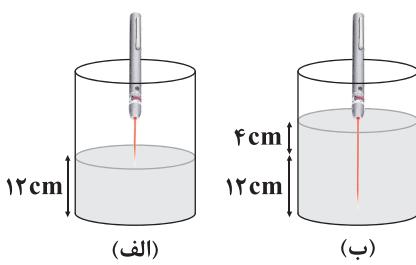
۶۰۰۰ (۳)

۷۵۰ (۲)

۹۰۰ (۱)

- ۶۰- آزمایش یانگ را مطابق شکل (الف) توسط باریکه لیزری انجام می‌دهیم. به گونه‌ای که صفحه دارای دو شکاف بر سطح آب مماس است و

$\frac{a_2}{a_1}$  نسبت پهنای نوارهای روشن است. اگر مانند شکل (ب) ارتفاع آب را  $4\text{ cm}$  افزایش دهیم، پهنای نوارهای روشن برابر  $\frac{a_2}{a_1}$  می‌شود. در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۱ (۱)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۴)

- ۶۱- یک موج الکترومغناطیسی از خلاً وارد محیطی به ضریب شکست  $2$  می‌شود. کدام گزینه در ارتباط با این پرتو درست است؟

۱) پرتو موج الزاماً شکسته شده و از خط عمود دور می‌شود.

۲) پرتو موج الزاماً شکسته شده و به خط عمود نزدیک می‌شود.

۳) فاصله بین جبهه‌های موج متواالی آن  $50^\circ$  درصد کاهش می‌یابد.

۴) فاصله بین جبهه‌های موج متواالی آن  $50^\circ$  درصد افزایش می‌یابد.

- ۶۲- یک آمبولانس با سرعت ثابتی معادل  $\frac{1}{5}$  سرعت صوت در هوا به یک دیوار بلند و قائم نزدیک می‌شود. در لحظه  $t=0$  راننده آمبولانس

صدای آذیر آمبولانس را درآورده و در لحظه  $t=2/5s$  بازتاب صدای آمبولانس از دیوار را دریافت می‌کند. در لحظه دریافت بازتاب صوت از

$$\text{دیوار، فاصله بین دیوار و آمبولانس} = \frac{\text{متر}}{\text{s}} \quad 300 \text{ است.}$$

۹۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

- ۶۳- یک تار مرتعش دو سربسته را با نیرویی به بزرگی  $F$  می‌کشیم. این تار را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و قسمت‌ها را روی هم قرار داده و

در هم می‌تنیم و با همان نیروی  $F$  تار جدید را می‌کشیم. بسامد صوت اصلی در تار جدید چند برابر تار اولیه است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (۱)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} (۴)$$

$$\sqrt{3} (۳)$$



-۶۴- رشته‌ای از بسامد‌های تشدیدی در یک تار مرتعش دو انتهای بسته عبارتند از  $600\text{Hz}$ ،  $900\text{Hz}$ ،  $1200\text{Hz}$  و  $1500\text{Hz}$ ، بسامد اصلی این تار چند هرتز است؟

- (۱)  $600^\circ$  (۲)  $300^\circ$  (۳)  $150^\circ$  (۴)  $450^\circ$

-۶۵- در یک لوله صوتی به طول  $70\text{cm}$ ، ۴ گره تشکیل شده است. اگر طول موج ایستاده درون لوله  $40\text{cm}$  باشد، لوله صوتی ..... است و فاصله نزدیک‌ترین گره به انتهای لوله برابر با ..... سانتی‌متر است.

- (۱) یک انتهای باز -  $10^\circ$   
(۲) دو انتهای باز -  $15^\circ$   
(۳) دو انتهای باز -  $10^\circ$

-۶۶- بسامد هماهنگ سوم یک تار دو انتهای بسته که در آن موج ایستاده تشکیل شده است برابر  $10\text{Hz}$  می‌باشد. اگر فاصله بین دو گره مجاور برابر  $40\text{cm}$  و اندازه نیروی کشش تار برابر  $N = 800 \cdot 5\%$  باشد، جرم این طناب چند میلی‌گرم است؟

- (۱)  $1^\circ$  (۲)  $\frac{1}{\lambda}$  (۳)  $62500^\circ$  (۴)  $62/5^\circ$

-۶۷- شکل زیر، مسیر عبور یک پرتو تک‌فام نور را از چند محیط شفاف نشان می‌دهد. اگر زمان عبور این پرتو از محیط‌های (۱) و (۲) به ترتیب  $t_1$  و  $t_2$  باشد، نسبت  $\frac{t_2}{t_1}$  برابر کدام گزینه است؟

(۱)



$$\frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{n_2}{n_1}$$

$$(\frac{n_1}{n_2})^2$$

-۶۸- تاری به طول  $90\text{cm}$  بین دو نقطه ثابت، بسته شده است. در این تار، موج ایستاده ایجاد شده و در طول آن ۳ شکم تشکیل شده است. اگر سرعت انتشار موج عرضی در این تار برابر  $\frac{m}{s} = 90$  باشد، بسامد صدای تار در این حالت چند هرتز است و این بسامد هماهنگ چندم تار است؟

- (۱)  $15^\circ$  و سوم  
(۲)  $15^\circ$  و چهارم  
(۳)  $75^\circ$  و سوم

-۶۹- زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتابش از آینه تختی،  $120^\circ$  بیشتر از زاویه بین پرتو بازتاب و سطح آینه است. زاویه بازتابش چند درجه بوده است؟

- (۱)  $2^\circ$  (۲)  $30^\circ$  (۳)  $60^\circ$  (۴)  $15^\circ$

-۷۰- شدت صوت حاصل از یک چشم‌های صوتی در فاصله  $d$  از آن برابر  $\frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 10\%$  است. اگر طول موج این صوت را نصف و دامنه آن را دو برابر کنیم، شدت صوت حاصل از این چشم‌های در فاصله  $d$  از آن چند وات بر مترمربع است؟ (محیط انتشار صوت، ثابت است و از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید).

- (۱)  $40^\circ$  (۲)  $160^\circ$  (۳)  $80^\circ$



توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۷۱ تا ۸۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۸۱ تا ۹۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

## زوج درس ۱

## فیزیک ۱ (سوالات ۷۱ تا ۸۰)

- ۷۱- مقداری بخار آب با دمای  $C = 100^\circ\text{C}$  را وارد  $5\text{kg}/\text{m}^3$  آب با دمای  $80^\circ\text{C}$  می‌کنیم. اگر بخار آب  $20\text{kJ}$  گرما از دست داده باشد، دمای نهایی آب

$$\text{چند درجه سلسیوس می‌شود؟ } L_V = 500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad c_{\text{آب}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

۴) صفر                          ۳)  $12/5$                           ۲)  $90$                           ۱)  $82$

- ۷۲- یک گرمکن با توان ثابت در مدت زمان یک دقیقه دمای مقداری آب با دمای  $C = 100^\circ\text{C}$  را به  $100^\circ\text{C}$  می‌رساند. چند ثانیه طول می‌کشد تا نصف این

$$\text{مقدار آب با دمای } C = 100^\circ\text{C} \text{ را تغییر کند؟ } L_V = 500 \text{ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.}$$

۴)  $3$                           ۳)  $300$                           ۲)  $60$                           ۱)  $150$

- ۷۳- اگر حجم ماده‌ای را نصف کنیم، ظرفیت گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

$$\frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{4} \quad ۳) ۱ \text{ و } ۱ \quad ۲) \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{4} \quad ۱) \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{2}$$

- ۷۴- دمای جسمی  $C = 27^\circ\text{C}$  است. اگر این دما بر حسب کلوین، ۹ درصد افزایش یابد، این دما بر حسب درجه سلسیوس، چند برابر شده است؟

$$۹) ۴ \quad ۳) ۸/۱ \quad ۲) ۳ \quad ۱) ۲$$

- ۷۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) کمیت دماستنجی دماستنج ترموموکوپل، ولتاژ است.

ب) کمترین دمای ممکن  $-273^\circ\text{C}$  - کلوین است.

ج) دماستنج‌های نواری دوفلزه، در یک مدت زمان مشخص، بیشینه و کمینه دما را نشان می‌دهند.

د) دماستنج ترموموکوپل یکی از دماستنج‌های معیار است.

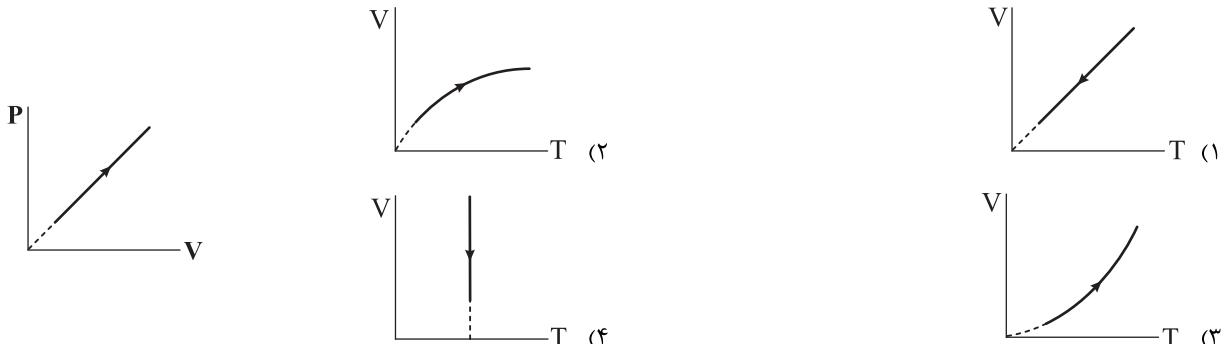
$$۴) ۴ \quad ۳) ۳ \quad ۲) ۲ \quad ۱) ۱$$

- ۷۶- مقدار معینی از یک گاز کامل با چگالی  $\frac{2}{L} \text{ g/cm}^3$  در دمای  $T = 27^\circ\text{C}$  و تحت فشار  $3\text{atm}$  وجود دارد. اگر دمای این گاز را به  $T = 227^\circ\text{C}$  و فشار آن را

به  $4\text{atm}$  برسانیم، چگالی گاز چند گرم بر لیتر خواهد شد؟

$$۲/۵) ۴ \quad ۲) ۳ \quad ۱/۸) ۲ \quad ۱) ۱/۶$$

- ۷۷- نمودار  $P-V$  یک گاز کامل مطابق شکل زیر می‌باشد. نمودار  $T-V$  آن در کدام گزینه به درستی آمده است؟



محل انجام محاسبات



- ۷۸- مقدار معینی گاز کامل به ترتیب دو فرایند تراکم همدا و بی دررو را می پیماید. اگر اندازه کار در فرایند بی دررو برابر  $J = 400$  باشد، تغییر انرژی درونی گاز در مجموع دو فرایند چند ژول است؟

- (۱)  $-400$       (۲)  $-600$       (۳)  $600$       (۴)  $400$

- ۷۹- نمودار  $P - V$  گاز کاملی به شکل زیر است. در این فرایند به ترتیب از راست به چپ، گاز از محیط چند ژول کار و گرما دریافت کرده است؟



- ۸۰- انرژی درونی یک گاز کامل در فشار ثابت  $Pa = 10^5$  در طی فرایندی به اندازه  $J = 1750$  افزایش می باید و گاز در این فرایند  $135^\circ$  ژول گرما جذب می کند. حجم این گاز در این فرایند چند مترمکعب تغییر می کند؟

- (۱)  $10^{-3}$       (۲)  $2 \times 10^{-3}$       (۳)  $4 \times 10^{-3}$       (۴)  $3 \times 10^{-3}$

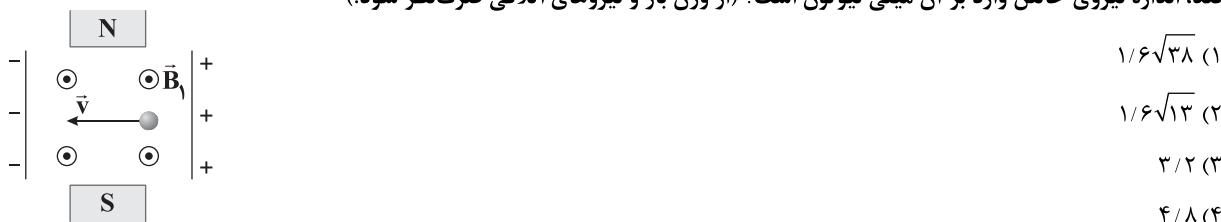
## ۲ زوج درس

## فیزیک ۲ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

- ۸۱- در شکل زیر A و B قطب های دو آهنربای میله ای هستند. A و B قطب های ..... هستند و آهنربای (۱) ..... از آهنربای (۲) است.



- ۸۲- در شکل زیر، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = B\hat{i}$  برابر  $G = 6$  بزرگی میدان الکترویکی بین دو صفحه باردار موازی برابر  $C = 800 \frac{N}{C}$  است. اگر بارالکترویکی  $q = -4\mu C$  با تندی  $m = 2 \times 10^{-6} \frac{kg}{s}$  در جهت نشان داده شده حرکت کند، اندازه نیروی خالص وارد بر آن میلی نیوتون است؟ (از وزن بار و نیروهای اتلافی صرف نظر شود).



- ۸۳- الکترونی با تندی  $v = 5 \frac{m}{s}$  عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $G = 182$  پرتاب می شود. اندازه شتابی که الکترون به واسطه

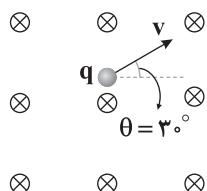
نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی به آن وارد می شود، پیدا می کند، چند واحد SI است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} C$  ،  $m_e = 9/1 \times 10^{-31} kg$ )

- (۱)  $16 \times 10^1$       (۲)  $16 \times 10^6$       (۳)  $32 \times 10^6$       (۴)  $3/2 \times 10^1$

محل انجام محاسبات



- ۸۴- الکترونی مطابق شکل زیر، درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت با سرعت  $\bar{v}$  پرتاپ می‌شود. اگر زاویه  $\theta = 30^\circ$  درجه افزایش یابد، اندازه نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان مغناطیسی چند برابر می‌شود؟



۱ (۱)

$$\frac{\sqrt{3}}{3} (۴)$$

۱ (۱)

$$\sqrt{3} (۳)$$

- ۸۵- از سیمی به طول یک متر حلقه‌ای ساخته‌ایم و از آن جریان  $3A$  عبور می‌دهیم. اگر بار الکتریکی  $q = 5\mu C$  با تندی  $6 \times 10^4 \text{ m/s}$  از مرکز حلقه و عمود بر خطوط میدان مغناطیسی حاصل از جریان حلقه عبور کند، اندازه نیروی وارد بر آن از طرف میدان حلقه چند میلی‌نیوتون است؟ ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ ,  $\pi^2 = 10$ )

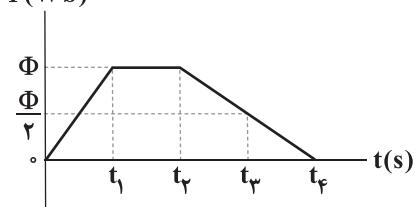
$$6 \times 10^{-4} (۴)$$

$$36 \times 10^{-4} (۳)$$

$$6 \times 10^{-7} (۲)$$

$$36 \times 10^{-7} (۱)$$

- ۸۶- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. بزرگی نیرو محکه القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی ..... بیشتر از بزرگی نیرو محکه القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی ..... است.



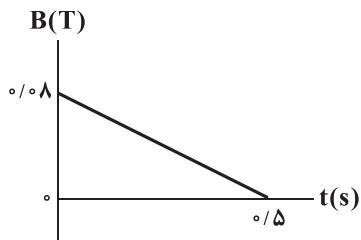
$$t_1 \text{ تا } t_2 - ۱ (۱)$$

$$t_4 \text{ تا } t_3 - t_2 (۲)$$

$$t_1 \text{ تا } t_2 - t_3 (۳)$$

$$t_3 \text{ تا } t_2 - t_1 (۴)$$

- ۸۷- حلقه‌ای رسانا به قطر  $10\text{cm}$  و مقاومت  $3\Omega$  عمود بر یک میدان مغناطیسی قرار دارد که اندازه آن برحسب زمان مطابق شکل زیر تغییر می‌کند. جریان القایی در لحظه  $t = 0/15\text{s}$  چند میلی‌آمپر است؟ ( $\pi = 3$ )



$$0/8 (۱)$$

$$8 \times 10^{-3} (۲)$$

$$0/4 (۳)$$

$$4 \times 10^{-3} (۴)$$

- ۸۸- در یک مولد جریان متناوب، حلقه در هر نیم‌دقيقة،  $750$  دور کامل می‌چرخد. اگر بیشینه جریان متناوب  $6$  آمپر باشد، جریان در حلقه در لحظه  $t = 5\text{ms}$  چند آمپر است؟

$$6 (۴)$$

$$3 (۳)$$

$$3\sqrt{2} (۲)$$

$$6\sqrt{2} (۱)$$

- ۸۹- ولتاژ دو سر پیچه اولیه یک مبدل آرمانی که  $400$  دور دارد، برابر  $7\text{V}$  است. اگر تعداد دور سیم در پیچه ثانویه  $80$  دور کم‌تر از پیچه اولیه باشد و ولتاژ دو سر آن  $V'$  باشد، کدام رابطه صحیح است؟

$$V' = \frac{\Delta}{2} V (۴)$$

$$V' = \frac{2}{\Delta} V (۳)$$

$$V' = \frac{4}{\Delta} V (۲)$$

$$V' = \frac{\Delta}{4} V (۱)$$

- ۹۰- نیم خط عمود بر سطح یک حلقه رسانا به قطر  $4\text{mm}$  موازی محور  $x$  قرار دارد و در میدان مغناطیسی  $\vec{B} = 5\vec{i} + 7\vec{j}$  (برحسب واحد SI) قرار گرفته است. شار مغناطیسی عبوری از این حلقه چند میلی‌ویر است؟ ( $\pi = 3$ )

$$30 \times 10^{-3} (۴)$$

$$60 \times 10^{-3} (۳)$$

$$30 \times 10^{-6} (۲)$$

$$60 \times 10^{-6} (۱)$$



۹۱- کدام گزینه در مورد ترکیب  $Mg_3C_2$  درست است؟

۱) ترکیبی مولکولی است.

۲) شامل یون‌های  $Mg^{2+}$  و  $C_2^-$  است.

۳) شامل یون‌های  $Mg^{2+}$  و  $C_2^4^-$  است.

۴) شامل یون‌های  $Mg^{2+}$  و  $MgC_2^-$  است.

۹۲- نمونه‌ای به جرم ۷۵ گرم، حاوی ۴۵ درصد جرمی سدیم کلرید و ۵۵ درصد جرمی پتاسیم کلرید است. جرم کلر در این نمونه چند گرم است؟

( $Na = ۲۳$ ,  $K = ۳۹$ ,  $Cl = ۳۵/۵ : g \cdot mol^{-1}$ )

۴۰/۱(۴)

۳۲/۵(۳)

۵۳/۵(۲)

۴۸/۵(۱)

۹۳- در چه تعداد از گونه‌های زیر هسته تمام اتم‌های سازنده بر روی یک خط راست قرار دارند؟



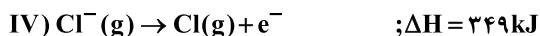
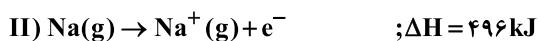
۳(۴)

۶(۳)

۵(۲)

۴(۱)

۹۴- با استفاده از واکنش‌های زیر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور نمک خوراکی چند کیلوژول بر مول است؟



۷۸۷/۵(۲)

۸۷۷/۵(۱)

۸۷۸/۵(۴)

۷۷۸/۵(۳)

۹۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• در ساختار کوارتز تنها یک نوع پیوند کووالانسی وجود دارد.

•  $TiO_2$  یک رنگ دانه سفید بوده و هیچ‌گدام از پرتوهای الکترومغناطیسی را جذب نمی‌کند.

• نیتینول به آلیاژ هوشمند معروف بوده و از دو فلز واسطه تشکیل شده است.

• در ساختار الماس همانند گرافیت، هر اتم کربن تمام الکترون‌های ظرفیت خود را برای تشکیل پیوندهای کووالانسی استفاده کرده است.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۹۶- تفاوت شعاع یون‌های پایدار کدام دو عنصر بیشتر است؟





۹۷- در چه تعداد از مجموعه‌های زیر شمار مولکول‌های قطبی بیشتر از شمار مولکول‌های ناقطبی است؟

- $\text{ClF}_3, \text{BF}_3, \text{C}_2\text{H}_2, \text{SO}_2$
- $\text{CO}, \text{SiCl}_4, \text{SO}_3, \text{H}_2\text{S}$
- $\text{C}_2\text{H}_4, \text{SCl}_2, \text{O}_3, \text{PCl}_3$
- $\text{CF}_4, \text{OCl}_2, \text{CS}_2, \text{SF}_4$

۳ (۴)                  ۲ (۳)                  ۱ (۲)                  ۱) صفر

۹۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- دی‌متیل اتر در مقایسه با پروپان، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

۰ ۸۵/۷۱ درصد عنصرهای دسته ۸ جزو فلزها هستند.

۰ تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مجموع مواد یونی و کووالانسی هستند.

۰ ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند، جزو مواد مولکولی به شمار می‌روند.

۴ (۴)                  ۳ (۳)                  ۲ (۲)                  ۱) ۱

۹۹- در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول ..... ، تراکم رنگ آبی پیرامون اتم کربن بیشتر از اتم‌های دیگر است.

(۱) متان، همانند، کلروفرم

(۲) کربن دی‌اکسید، همانند، کربونیل سولفید

(۳) کربن دی‌اکسید، همانند، کربونیل سولفید

۱۰۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) محلول وانادیم (II)، طول موج‌های بین ۴۵۰ تا ۷۰۰ نانومتر را جذب می‌کند.

(۲) آنتالپی فروپاشی شبکه منیزیم فلورید بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم‌اکسید است.

(۳) گرد فلز روی می‌تواند رنگ محلول نمک وانادیم را از آبی به زرد تغییر دهد.

(۴) تیتانیم همانند فولاد از مقاومت بالایی در برابر سایش برخوردار است.

۱۰۱- اگر شعاع یون‌های پایدار اکسیژن وآلومینیم به ترتیب برابر با ۱۵۰ و ۶۰ پیکومتر باشد، چگالی بار یون اکسیژن برحسب  $\text{pm}^{-3}$  و چگالی بار

یون آلومینیم برحسب کولن بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟  $(1e^- = 1/6 \times 10^{-9} \text{ C}, \pi = 3)$

۳/۷۰ \times 10^5, ۱/۴۸ \times 10^{-7} (۲)                  ۳/۷۰ \times 10^5, ۷/۴۰ \times 10^{-6} (۱)

۵/۵۵ \times 10^5, ۱/۴۸ \times 10^{-7} (۴)                  ۵/۵۵ \times 10^5, ۷/۴۰ \times 10^{-6} (۳)

۱۰۲- ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در ..... بُعد است که در فضای بین آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در .....، آزادانه

جا به جا می‌شوند.

(۱) دو - کاتیون‌ها

(۳) سه - اتم‌های فلز

۱۰۳- مقایسه میان نسبت عدد کوئور دیناسیون آبیون به عدد کوئور دیناسیون کاتیون در ترکیب‌های سدیم سیلیکات (a)، کلسیم سیلیکات (b) و

آلومینیم سولفات (c) به کدام صورت درست است؟

$a < c < b$  (۴)                   $a < b < c$  (۳)                   $c < b < a$  (۲)                   $b < c < a$  (۱)



۱۰۴- فلزهای دسته **d** در چه تعداد از ویژگی‌های زیر با فلزهای اصلی تفاوت دارند؟

- رسانایی گرمایی
- شکل پذیری
- سختی
- نقطه ذوب
- تنوع اعداد اکسایش
- جلا

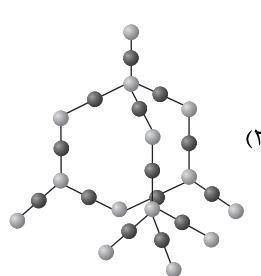
۴ (۴)

۳ (۳)

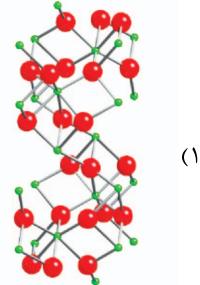
۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۵- کدام یک از ساختارهای زیر را می‌توان به سیلیسیم کریبد نسبت داد؟



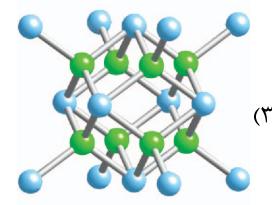
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی ۱۰۶ تا ۱۱۵) و زوج درس ۲ (شیمی ۱۱۶ تا ۱۲۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سوالات ۱۰۶ تا ۱۱۵)

۱۰۶- چگالی مخلوطی از گازهای فلور و هلیم با درصدهای حجمی ۲۰ و ۸۰ درصد در دمای  $91^{\circ}\text{C}$  و فشار  $2/66\text{atm}$  چند گرم بر لیتر خواهد

$$(\text{He} = 4, \text{F} = 19: \text{g.mol}^{-1})$$

۱/۳۴ (۴)

۱/۱۲ (۳)

۰/۹۶ (۲)

۰/۶۲ (۱)

۱۰۷- اگر سوخت اتمبیل را  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  با چگالی  $7.0\text{ g/cm}^3$  بر میلی لیتر در نظر بگیریم و مصرف متوسط سوخت ۷ لیتر بازای هر  $100\text{ کیلومتر}$  باشد،

$$\text{در مسافت } 300\text{ کیلومتر چند کیلو گرم گاز CO}_2 \text{ تولید می شود? } (\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1})$$

۴۵ (۴)

۶ (۳)

۲۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۰۸- جرم مخلوطی از گازهای هلیم و نئون در دما و فشار معین،  $20/0\text{ g}$  است. اگر به این مخلوط  $40/0\text{ g}$  گاز نئون اضافه کنیم و دما و حجم را ثابت نگه داریم، فشار گاز دو برابر می شود. در مخلوط اولیه چند گرم نئون وجود دارد؟  $(\text{He} = 4, \text{Ne} = 20: \text{g.mol}^{-1})$

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۸ (۲)

۱۰ (۱)



۱۰۹- کدامیک از مطالب زیر در ارتباط با فرایند استخراج منیزیم از آب دریا نادرست است؟

- ۱) در مرحله نخست، منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول منیزیم هیدروکسید رسوب می‌دهند.
- ۲) منیزیم هیدروکسید را طی فرایندی به منیزیم کلرید تبدیل می‌کنند.
- ۳) با استفاده از جریان برق، محلول منیزیم کلرید را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می‌کنند.
- ۴) در پایان علاوه بر منیزیم مذاب، گاز کلر نیز به دست می‌آید.

۱۱۰- اگر مولکول  $\text{AD}_2$  ساختار خمیده (V شکل) داشته باشد، چند مورد از مطالب زیر درباره آن درست است؟

- گشتاور دو قطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.
- عنصرهای D و A می‌توانند در یک دوره جدول تناوبی جای داشته باشند.
- عنصرهای D و A می‌توانند در یک گروه جدول تناوبی جای داشته باشند.
- در لایه ظرفیت اتم مرکزی در این مولکول می‌تواند، ۱، ۲ یا ۴ الکترون ناپیوندی وجود داشته باشد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۱- درصد جرمی محلول  $1/24$  مولار پتانسیم یدید با چگالی  $1/15 \text{ g.mL}^{-1}$  کدام است؟ ( $K=39, I=127: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۱۴/۶      (۲) ۲۴/۱      (۳) ۱۷/۹      (۴) ۲۹/۳

۱۱۲- اگر ۷۵ گرم محلول سیرشده از یک نمک بادمای C  $75^{\circ}\text{C}$  را گرما دهیم تا آب خود را از دست بدهد و ۲۵ گرم نمک خشک به دست آید و ۵۰ گرم از همان محلول سیرشده در دمای C  $0^{\circ}$ ، دارای  $13/5$  گرم نمک خشک باشد، ضریب  $\theta$  در معادله خطی انحلال پذیری (S) برای این نمک به تقریب کدام است؟

(۱) ۰/۱۷      (۲) ۰/۳۱      (۳) ۰/۳۱      (۴) ۰/۳۱

۱۱۳- اگر غلظت یون فسفات در محلولی از پتانسیم فسفات برابر  $3800 \text{ ppm}$  باشد، غلظت یون پتانسیم در این محلول چند مولار است؟ ( $d_{\text{محلول}} = 1 \text{ g.mL}^{-1}, K = 39, P = 21, O = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۰/۱۶      (۲) ۰/۰۸      (۳) ۰/۰۴      (۴) ۰/۱۲

۱۱۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آ) در شرایط یکسان، انحلال پذیری کلسیم سولفات در آب، کمتر از انحلال پذیری آمونیوم نیترات است.
- ب) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می‌توان به روش‌های فیزیکی یا شیمیایی از آن جدا کرد.
- پ) در مجموعه‌ای از مولکول‌های آب، هر جفت اتم هیدروژن با یک نیتروی جاذبه قوی از سوی یک اتم اکسیژن در مولکول همسایه جذب می‌شود.

ت) در دمای C  $25^{\circ}$ ، نیروی جاذبه بین مولکولی HF در حدی قوی است که می‌تواند مولکول‌های HF را کنار یکدیگر نگاه دارد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۵- چگالی آب هنگام بخ زدن، ..... می‌یابد، زیرا ..... .

- ۱) افزایش - شمار پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب کمتر شده و فضای خالی میان آن‌ها پُر می‌شود.
- ۲) افزایش - فاصله میان اتم‌ها در هر مولکول آب کمتر شده و در نتیجه حجم کاهش می‌یابد.
- ۳) کاهش - شمار پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب بیشتر شده و مولکول‌ها حالت منظم‌تری به خود می‌گیرد.
- ۴) کاهش - فاصله میان اتم‌ها در هر مولکول آب بیشتر شده و در نتیجه حجم افزایش می‌یابد.



## زوج درس ۲

## شیمی (۲) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- از واکنش میان گازهای آلینده کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید می‌توان گازهای پایدارتر کربن دی‌اکسید و نیتروژن را به دست آورد. اگر پس از گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش،  $40/32$  لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید شود و سرعت متوسط واکنش برابر

$\text{Ba}^{-1} \cdot \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد، حجم ظرف واکنش چند دسی‌لیتر است؟

۰/۶ (۴)

۶ (۳)

۱/۲ (۲)

۱۲ (۱)

۱۱۷- اگر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در واکنش‌های سوختن کامل کربوکسیلیک اسید آروماتیک موجود در تمشک و توت فرنگی (A) و سوختن کامل قند موجود در جوانه گندم (B) با هم برابر باشد، پس از گذشت زمان مشخصی، حجم بخار آب حاصل از سوختن A، چند برابر حجم کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن B است؟ (دما و فشار دو واکنش با هم برابر است).

۱/۲۵ (۴)

۰/۸ (۳)

۲/۵ (۲)

۰/۴ (۱)

۱۱۸- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(آ) پلیمرهای سبز همانند تفلون به طور اتفاقی کشف شدند.

(ب) پلیمرهای سبز امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل هیچ‌گونه ردپایی در محیط‌زیست بر جای نمی‌گذارند.

(پ) آهنگ واکنش آبکافت پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به ساختار مونومرهای سازنده بستگی دارد.

(ت) کولار یکی از پلی‌آمیدهای است که در صنایع پتروشیمی از واکنش دی‌آمین‌ها با دی‌اسیدها تولید می‌شود.

(۱) «آ»، «ب»

(۲) «ب»، «پ»

«آ»، «ب»

«آ»، «ت»

۱۱۹- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

• شمار عنصرهای سازنده هر مولکول سلولز، بسیار زیاد بوده و اندازه مولکول آن بزرگ است.

• پلیمری که از آن برای ساخت کیسه خون استفاده می‌شود یک هیدروکربن است.

• تفلون در حلال‌های آبی حل نمی‌شود و در برابر گرما مقاوم است.

• استحکام پلی‌اتلن بدون شاخه بیشتر از پلی‌اتلن شاخه‌دار است.

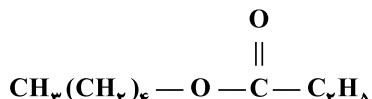
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۰- فراورده‌های حاصل از آبکافت استر A در کدام گزینه آمده است؟



(۱) اتانول و هگزانویک اسید

(۲) اتانول و پنتانویک اسید

(۳) پنتانول و پروپانویک اسید

(۴) پنتانول و اتانویک اسید

۱۲۱- در ساختار ویتامین D ..... ویتامین ..... گروه عاملی هیدروکسیل وجود داشته و این ویتامین ..... ویتامین ..... فاقد حلقه بنزنی است.

(۱) بخلاف - K - بخلاف - A

(۲) همانند - C - بخلاف - C

(۳) همانند - A - همانند - K

(۴) بخلاف - C - بخلاف - C



۱۲۲- در واحد تکرار شونده چه تعداد از پلیمرهای زیر تمامی پیوندها یگانه (ساده) است؟

- ۰ تفلون / ۰ پلی استیرن / ۰ پلی سیانواتن / ۰ پلی بروین / ۰ کولار
- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

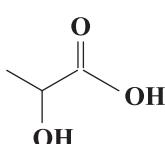
۱۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- ۰ سلولز همانند کلسترول و لیکوین در آب حل نمی‌شود.
- ۰ پلی لاکتیک اسید همانند پلیمرهای طبیعی زیست تخریب پذیر است.
- ۰ هر کدام از پلی‌آمیدها جزو پلیمرهای ساختگی بوده و در شرکت‌های پتروشیمی تولید می‌شوند.
- ۰ پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده، تمایل زیادی به انجام واکنش دارند.

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۱۲۴- ساختار مقابل مربوط به لاکتیک اسید است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن درست است؟

- ۰ جرم مولی آن، نصف جرم مولی گلوکز است.
- ۰ این ترکیب را به تنها یک می‌توان برای تهیه استر به کار برد.
- ۰ نشاسته موجود در سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر قابل تبدیل به این اسید آلی است.



- ۰ از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌شود که ساختار آن به صورت  $\left[ \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \right]_n$  است.
- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۱۲۵- دربارهٔ استری با فرمول مولکولی  $C_3H_6O_2$  چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- ۰ می‌تواند اتیل متانوات یا متیل اتانوات باشد.
  - ۰ نیروی بین مولکولی آن از نوع پیوند هیدروژنی است.
  - ۰ ممکن است از واکنش متانول با استیک اسید به دست آمده باشد.
  - ۰ نقطه جوش آن در مقایسه با نقطه جوش پروپانوییک اسید، پایین‌تر است.
- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴



تَوْرِبُوجَت

# خبرخوب عند رانه گاتاج

اردوی مطالعاتی مجازی  
ویژه دوران طلایی نوروز

از ۲۰ اسفند  
الی ۱۸ فروردین

برای اطلاعات بیشتر  
به نمایندگی شهر خود  
مراجعته نمایید





دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۱۹/۱۲/۱۴۰۱

# آزمون‌های سراسری کاج

گپنده درس‌ها را آنلاین خارج کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۴۵	تعداد سوال: ۱۰۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال		مدت پاسخگویی
		از	تا	
۱	حسابات ۲	۱۰	۱	۷۰ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۲۰	۱۱	
	هندسه ۳	۳۰	۲۱	
	هندسه ۲	۴۰	۳۱	
	آمار و احتمال	۴۵	۴۱	
۲	فیزیک ۳	۷۰	۴۶	۵۰ دقیقه
	فیزیک ۱	۸۰	۷۱	
	فیزیک ۲	۹۰	۸۱	
۳	شیمی ۳	۱۰۵	۹۱	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۱۵	۱۰۶	
	شیمی ۲	۱۲۵	۱۱۶	

# آزمونهای سراسری گاج

ویراستاران علمی	طریق	دروس
محدثه کارگرفت - مهدی وارسته ندا فرهختی - مینا نظری	سیروس نصیری حسین نادری	حسابات (۲)
	علی ایمانی	گستره
	مجید فرهمندپور	هندسه (۳)
	مفید ابراهیم پور	هندسه (۲)
	خشایار خاکی	آمار و احتمال
مروارید شاهحسینی سارا دانایی کجانی علی رئوفی	ارسلان رحمانی امیر رضا خوبینی رضا کریم زاده - حسین شهبازی مسعود قره خانی - شهاب نصیری	فیزیک
ایمان زارعی - رضیه قربانی	پریا الفتی - میلاد عزیزی	شیمی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نبش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی: ۰۶۴۲۰-۰۲۱

نشانی اینترنتی: www.gaj.ir



## امداده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مژرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فی: ساناز فلاخی - مروارید شاهحسینی - مریم پارسایان - سپیده سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طرح شکل: آرزو گلفر

حروف نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض الهی

به نام خدا

## حقوق دانشآموزان در آزمون‌های سراسری گاج

دلوططلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سوالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سوالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۶۴۲-۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا، 

صدای دانشآموز است.



$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2ax + 3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x + 2a$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 12 + 2a = 0 \Rightarrow a = -12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 3 \Rightarrow b = f(2) = 8 + 12 - 48 + 3$$

$$\Rightarrow b = 2$$

$$f(x) = \frac{\cos x \sin x \tan x}{H(x)}$$

$$H'(x) = -\sin 2x$$

$$f'(\frac{\pi}{4}) = H'(\frac{\pi}{4}) \sin x \tan x$$

$$= -2 \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{4} \times (-1) = \sqrt{2}$$

$$f'(3) = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 6$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{x-3} = 6$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} a(x-1)(x-2)(x-4) = 6 \Rightarrow a(2)(1)(-1) = 6 \Rightarrow a = -3$$

$$g(x) = (f(2x) + 2)^2$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2(f'(2x) \times f'(2x+2))(f(2x+2))$$

$$\xrightarrow{x=0} g'(0) = 2(f'(0)f'(2f(0)+2))(f(2f(0)+2))$$

$$g'(0) = 4(f'(0))^2 f(0) = 4(1)(-1) = -4$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + f'(1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x \Rightarrow f'(1) = 3 - 4 = -1$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 1 \Rightarrow f(-1) = -1 - 2 - 1 = -4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-4)^2 + 3(x-4)\sqrt{x} = \frac{(x-4)^2(7x-4)}{2\sqrt{x}}$$

x	0	1	4	$\infty$
$y'$	-	0	+	+
y	0	$-\frac{216}{4}$	0	$\infty$

کمترین مقدار

۱۱ اگر همه اعداد طبیعی ۱ تا ۴ رقمه‌ی  $xyzt$  نمایش دهیم، تعداد حالت‌های مطلوب برابر تعداد جواب‌های معادله

$$n(A) : x+y+z+t=8, x \leq 5$$

$$\Rightarrow x+y+z+t=8 \Rightarrow n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11(10)(9)}{3(2)(1)} = 165$$

$$x+y+z+t=8, x \geq 6 \Rightarrow n(A') = \binom{5}{3} = 10$$

$$\Rightarrow n(A) = n(S) - n(A') = 165 - 10 = 155$$

۱ ۵

تابع  $f(x) = \sqrt{3+2x-x^2}$  در دامنه تعریف خود  $D_f = [-1, 3]$  تابعی پیوسته است، بنابراین دارای ماقزیمم و مینیمم مطلق است و برای محاسبه آن‌ها داریم:

$$f'(x) = \frac{2-2x}{2\sqrt{3+2x-x^2}} = 0 \Rightarrow x = 1 \in [-1, 3]$$

$$\begin{cases} f(-1) = f(3) = 0 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 2 \quad (1)$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{3+2x-x^2}) = \sqrt[4]{3+2x-x^2} - 1$$

$$(1) \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \sqrt{3+2x-x^2} - 1 \leq 1$$

$$\Rightarrow 2^{-1} \leq \sqrt[4]{3+2x-x^2} - 1 \leq 2^1$$

$$\frac{1}{2} \leq (gof)(x) \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} \text{ماکزیمم} = 2 \\ \text{اختلاف} = 1/5 \\ \text{مینیمم} = \frac{1}{2} \text{ مطلق} \end{cases}$$

۳ ۲

$$\sin^3 x - \cos^3 x = (\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)$$

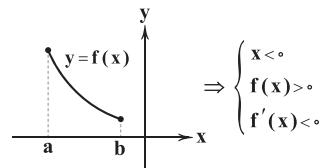
$$= (\sin x - \cos x)(1 + \frac{1}{2} \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}(\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4}) = \sin x - \cos x$$

$$f(x) = \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})} = 1 + \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow f'(x) = \cos 2x$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$$

۳ ۳



$$h(x) = f'(x) \Rightarrow h'(x) = 2f'(x)f(x) < 0 \Rightarrow h$$

$$g(x) = x^2 f(x) \Rightarrow g'(x) = 2xf(x) + f'(x)x^2 < 0 \Rightarrow g$$

۴ ۳ با توجه به نمودار داده شده در صورت سؤال،  $f(x)$  در

نقطه  $x=4$  و  $f'(x)$  در نقطه به طول ۲ و ۶ تغییر علامت می‌دهند، بنابراین:

x	-2	2	4	6	7
$f(x)$	+	+	0	-	-
$f'(x)$	+	0	-	-	0
$f(x)f'(x)$	+	0	-	0	-

$$(-2 < x < 2, 4 < x < 6) \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} -1, 0, 1, 5 \Rightarrow \text{جمع} = 5$$



۱۲

۳ حروف نقطه‌دار را با N و حروف بی‌نقطه را با B نمایش می‌دهیم، که دو حالت زیر امکان پذیر است:

I B N B N B

II N B N B N

$$\begin{cases} I \frac{1\ 1\ 1\ 2\ 2}{5} = 4 \\ II \frac{1\ 1\ 1\ 2\ 1}{5\ i\ n} = 2 \end{cases} \Rightarrow 4+2=6$$

امکان پذیر است.

۱۳

۳ دقت شود که حاصل ادغام ۲ مربع لاتین متعامد  $4 \times 4$  مدنظر است که فقط در گزینه (۳) چنین چیزی موجود است.

۱۴

۳ باید گراف حاصل یک گراف کامل ( $K_n$ ) باشد.

$$q(C_n) + 35 = q(K_n)$$

$$n + 35 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow 2n + 70 = n^2 - n \Rightarrow n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$\Rightarrow (n-10)(n+7) = 0 \Rightarrow n = 10$$

۱۵

۳ تعداد مسیرهایی به طول صفر برابر n است. (هر رأس یک مسیر است).

بین هر دو رأس متمایز هم تنها ۱ مسیر وجود دارد، پس تعداد کل مسیرها با طول مثبت  $\binom{n}{2}$  است.

$$\Rightarrow \binom{n}{2} + n = 55 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + n = 55$$

$$n^2 - n + 2n - 110 = 0 \Rightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Rightarrow (n+11)(n-10) = 0$$

$$\Rightarrow n = 10 \Rightarrow P_{n+2} = P_{12} \Rightarrow \gamma(P_{12}) = \left[ \frac{12}{2} \right] = 4$$

۱۶

۳ برای یک گراف ۲-منتظم حالت مختلفی از اجتماع چندضلعی وجود دارد.

$$C_{12} \Rightarrow \gamma(G) = 4$$

$$C_4 + C_4 + C_4 \Rightarrow \gamma(G) = 2+2+2 = 6$$

$$C_5 + C_7 \Rightarrow \gamma(G) = 2+3 = 5$$

البته حالت‌های دیگری نیز وجود دارد که هر یک تنها به یکی از حالت‌های ۴ یا ۵ یا ۶ ممکن است.

۱۷

۴ هر زیرمجموعه ناتهی و غیر تک‌عضوی یک مجموعه احاطه‌گر، غیرمینیمال است که تعداد آن برابر:

$$2^7 - \binom{7}{0} - \binom{7}{1} = 128 - 1 - 7 = 120$$

۱۸

۳ در حالت کلی اگر ۹ خط افقی و ۷ خط عمودی داشته باشیم برای ساختن یک مستطیل کافی است ۲ خط افقی و ۲ خط عمودی همدیگر را قطع کنند. اگر خطها را شماره‌گذاری کنیم، در حالت زیر میسر است:

$$A: \{1, 2, \dots, 9\} \quad B: \{1, 2, \dots, 7\}$$

$$\begin{cases} \ell: \{1, 6\}, \{2, 7\}, \{3, 8\}, \{4, 9\} \\ \ell': \{1, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 7\} \end{cases} \Rightarrow 4 \times 4 = 16$$

$$\begin{cases} \ell: \{1, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 7\}, \{5, 8\}, \{6, 9\} \\ \ell': \{1, 6\}, \{2, 7\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6 \times 2 = 12$$

$$= 12 + 16 = 28$$

۳ ۱۹

$$A = \{1, 4, 7\} \quad B = \{2, 5, 8\} \quad C = \{3, 6, 9\}$$

برای ساختن عدد مضرب ۳، دو حالت میسر است.

حالت اول: از هر کدام از مجموعه‌ها ۱ عضو.

$$\binom{3}{1} \binom{3}{1} \binom{3}{1} \times 3! = 3^3 \times 3!$$

حالت دوم: یکی از دسته‌ها را انتخاب کرده و تمام ارقام آن را برداریم:

$$\binom{3}{1} \times 3! = 3 \times 3!$$

پس تعداد کل حالات برابر:

$$3 \times 3! + 27 \times 3! = 30 \times 3!$$

۳ ۲۰

۳ ابتدا یک شهر برای انتخاب دو نفر و ۱ شهر برای انتخاب نفر سوم در نظر می‌گیریم و از هر کدام به ترتیب ۲ و ۱ نفر را بر می‌گزینیم.

$$\binom{4}{1} \binom{5}{2} \times \binom{3}{1} \binom{5}{1} = 600$$

۴ ۲۱ ابتدا محل تقاطع سهمی با محور x‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

بنابراین AB = 4 است، چون AB وتر کانون سهمی است داریم:

$$AB = 4a \Rightarrow 4 = 4a \Rightarrow a = 1$$

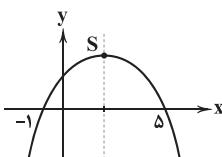
$$x^2 - 4x = -ky \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = -ky + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -k(y - \frac{4}{k})$$

$$4a = k \Rightarrow k = 4$$

$$22 \quad \text{محور تقارن سهمی خط } x = \frac{-1+5}{2} = 2 \text{ است، چون رأس}$$

سهمی روی محور تقارن و خط  $y = -x + 4$  قرار دارد نتیجه می‌گیریم (۲، ۵) است و چون سهمی قائم است داریم:



$$(x-\alpha)^2 = -4a(y-\beta) \Rightarrow (x-2)^2 = -4a(y-2)$$

نقشه (۰, ۱) روی سهمی است.

$$(-1-2)^2 = -4a(0-2) \Rightarrow 9 = 8a \Rightarrow a = \frac{9}{8}$$

$$4a = 4 \times \frac{9}{8} = \frac{9}{2} = \frac{45}{8}$$

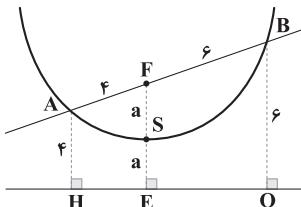


۲۸ می‌دانیم در هر سهمی فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون

برابر فاصله همان نقطه از خط هادی است بنابراین داریم:

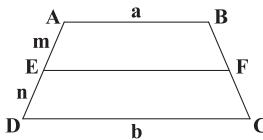
$$AH = AF = 4$$

$$BF = BQ = 6$$



در هر ذوزنقه می‌دانیم اگر پاره‌خطی موازی قاعده‌ها رسم شود داریم:

$$EF = \frac{mb + na}{m+n}$$



$$EF = \frac{4 \times 6 + 6 \times 4}{4+6} \Rightarrow 2a = 4/8 \Rightarrow a = 2/4$$

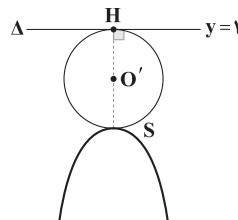
و می‌دانیم فاصله رأس از خط هادی برابر a است.

۲۴

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 9 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$$

$$\Rightarrow O'(1, -2), R = 3$$

$$a = \sqrt{R^2} = \sqrt{9} = 3$$



خط تقارن سهمی  $x = 1$  است (تقارن از  $O'$  عبور می‌کند) پس رأس سهمی نقطه  $S(1, -5)$  است که در معادله سهمی صادق است.

$$x^2 - 2x + 24y + m = 0 \xrightarrow{(1, -5)} 1 - 2 - 120 + m = 0 \Rightarrow m = 121$$

۲۵ در آینه‌های سهمی به شعاع R و عمق آینه h، چنان‌چه فاصله کانون تا رأس، a باشد رابطه  $R^2 = 4ah \Rightarrow h = \frac{4a}{R^2}$  برقرار است.

$$8^2 = 4 \times 64h \Rightarrow h = \frac{64}{256} \Rightarrow h = 25\text{cm}$$

۲۶ اگر نقطه میانی این پاره‌خط M باشد داریم:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}, -1\right)$$

چون  $x > 0$  و  $y > 0$  و  $z < 0$  است این نقطه در ناحیه پنجم قرار دارد.

۲۷ اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو ضلع این مثلث باشند  $\vec{a} - \vec{b}$  ضلع سوم مثلث است.

$$\vec{a} - \vec{b} = 6i - 2j - 3k \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{36 + 4 + 9} = 7$$

$$|a| = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} = 3$$

$$|b| = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2} = 5/\sqrt{2}$$

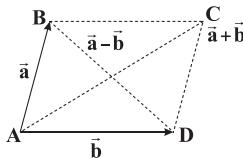
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14+25} = \sqrt{39} = 5/\sqrt{3}$$

۲۹ می‌دانیم  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  دو قطر متوازی‌الاضلاعی هستند.

دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو ضلع این متوازی‌الاضلاع بوده و می‌دانیم زمانی که قطرهای متوازی‌الاضلاع بر هم عمود باشند آن چهارضلعی لوزی است پس  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

است و چون  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b}|$  است پس مثلث ABD متساوی‌الاضلاع است

$$\hat{A} = 60^\circ$$



۳۰ می‌دانیم  $a + b$  نیمساز بردارهای  $a$  و  $b$  است و زمانی قطر

$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$



در لوزی قطرها بر هم عمودند

۳۱ چون A روی صفحه ۱ و B روی صفحه ۲ قرار دارد پس:

$$n-1=3 \Rightarrow n=4$$

چون A روی صفحه ۱ و B روی صفحه ۲ قرار دارد پس:

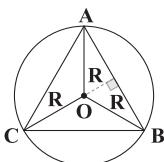
$$m+2n = n+2 \xrightarrow{n=4} m+8=6 \Rightarrow m=-2$$

بنابراین نقطه B( $0, -6$ ,  $0$ ) به صورت  $(n+2m, m-n, m+2)$

است که روی محور z ها قرار دارد.

۳۲ می‌دانیم که: محل برخورد عمودمنصفهای یک مثلث مرکز

دایرة محیطی آن مثلث می‌باشد.



طبق قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{2}{2 \sin 45^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow 2R = 2\sqrt{2}$$

۳۳ در مثلث ABC داریم:

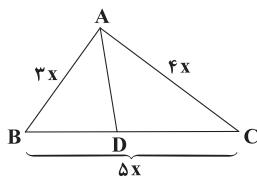
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\sin 2B}{\sin B} = \frac{2 \sin B \cos B}{\sin B}$$

$$\Rightarrow \cos B = \frac{1}{3}$$



باتوجه به قضیه نیمسازها داریم:



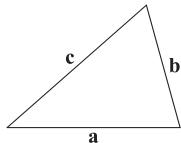
$$\begin{aligned} \text{آنکه } AD \text{ نیمساز زاویه } \angle A \text{ باشد} &\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AB+AC} = \frac{BD}{BD+DC} \\ &\Rightarrow \frac{\rho}{\gamma} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{\rho}{\gamma} \end{aligned}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times BD \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} \times BA \times BC \times \sin \hat{B}} = \frac{BD}{BC} = \frac{\rho}{\gamma}$$

می‌دانیم که: در هر مثلث  $\triangle ABC$

(الف)  $|b-c| < a < b+c$  (نامساوی مثلثی)

$$\hat{A} < 90^\circ \Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2$$



بنابراین:

$$\hat{A} < 90^\circ \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 < 144 + 25 = 169 \quad (1)$$

$$|b-c| < a < b+c \Rightarrow 7 < a < 17 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 7 < a < 13$$

ابتدا با استفاده از قضیه کسینوس‌ها زاویه  $A$  را می‌یابیم.

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2(\alpha)(\beta)\cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = 3\sqrt{15}$$

طبق قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = k \Rightarrow \begin{cases} \sin \hat{A} = \frac{a}{k} \\ \sin \hat{B} = \frac{b}{k} \\ \sin \hat{C} = \frac{c}{k} \end{cases} \quad (*)$$

حال طبق فرض داریم:

$$\sin^2 \hat{A} = 1 - \cos^2 \hat{A} = 1 - \underbrace{\cos^2 \hat{B}}_{\sin^2 \hat{B}} + \underbrace{\cos^2 \hat{C}}_{\sin^2 \hat{C}}$$

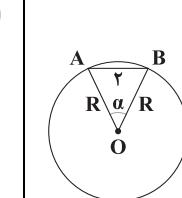
$$\Rightarrow \sin^2 \hat{A} = \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C} \xrightarrow{(*)} \left(\frac{a}{k}\right)^2 = \left(\frac{b}{k}\right)^2 + \left(\frac{c}{k}\right)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \hat{A} = \frac{\pi}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{1+8+9+7+5+3+7+2+3+5}{10} = \frac{50}{10} = 5 \quad (1) \quad 41$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2 + (7-5)^2 + (5-5)^2}{10}$$

$$+ (3-5)^2 + (7-5)^2 + (2-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 = \frac{66}{10}$$



$$\alpha = \frac{36^\circ}{12} = 3^\circ$$

طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$\triangle OAB: \gamma^2 = R^2 + R^2 - 2R \cdot R \cos 3^\circ$$

$$\Rightarrow 4 = 2R^2 - 2R^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 4 = R^2(2 - \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{4}{2 - \sqrt{3}} = 4(2 + \sqrt{3})$$

$$S = \pi R^2 = \pi \times 4(2 + \sqrt{3}) = 4\pi(2 + \sqrt{3})$$

به کمک قضیه کسینوس‌ها ضلع  $AB$  را حساب می‌کنیم.

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 49 = 25 + AB^2 - 2 \times 5 \times AB \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow AB^2 + 5AB - 24 = 0$$

$$\Rightarrow AB + 8)(AB - 3) = 0 \Rightarrow AB = 3$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 12^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

حال با مقایسه رابطه بالا با قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$b^2 + c^2 = a^2(b+c) \Rightarrow a^2 = \frac{(b+c)(b^2 + c^2 - bc)}{(b+c)}$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - bc$$

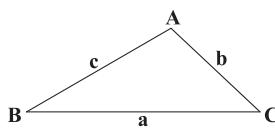
حال با مقایسه رابطه بالا با قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - bc \\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \end{cases} \Rightarrow 2 \cos \hat{A} = 1 \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

می‌دانیم که: در هر مثلث  $ABC$  داریم:

$$h_a = \frac{2S}{a}, h_b = \frac{2S}{b}, h_c = \frac{2S}{c}$$



با قضیه هرون مساحت مثلث را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3\right) \left(\frac{15}{2} - 5\right) \left(\frac{15}{2} - 7\right)} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

می‌دانیم که بزرگ‌ترین ارتفاع، ارتفاعی است که به ضلع کوچک‌تر عمود می‌شود.

$$h = \frac{2 \times \frac{15\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$



تمام این داده‌ها را ۲ برابر و سپس یک واحد از آن‌ها کم می‌کنیم:

$$1, 1, 5, 5, 9, 9, 13 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$$

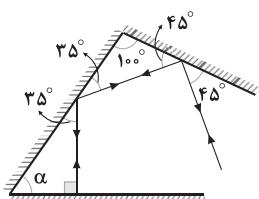
$$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 9 - 1 = 8$$

نمودار میله‌ای برای متغیرهای کیفی و کمی گستته مناسب است. ۱ ۴۵

وزن دانش‌آموزان متغیر کمی پیوسته است، تعداد کشورها کمی گستته است، برند خودروها کیفی اسمی است و کیفیت میوه‌ها (درجه ۱، درجه ۲ و ...) کیفی ترتیبی است.

## فیزیک

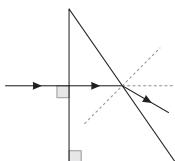
به شکل زیر دقت کنید: ۳ ۴۶



از آنجایی که پرتو تابیده شده از آینه سوم در مسیر تابش بازتاب می‌شود، می‌توان گفت این پرتو بر آینه موردنظر عمود است، بنابراین:

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

به شکل زیر دقت کنید: ۴ ۴۷



از آنجایی که پرتو تابیده شده به صورت کامل‌اًفقی وارد منشور می‌شود، در نتیجه بر ضلع منشور عمود است و در ضلع اول دچار شکست نمی‌شود و به صورت افقی در داخل منشور به مسیر خود ادامه می‌دهد. در هنگام خارج شدن پرتو از منشور به دلیل این‌که سرعت پرتو در هوا بیشتر از منشور است، در نتیجه پرتو از خط عمود بر ضلع منشور فاصله گرفته و به پایین خط افق منحرف می‌شود.

برای آن‌که اولین صدای پژواک و صوت اصلی قابل تشخیص باشند، باید حداقل  $18^\circ$  اختلاف زمانی بین آن‌ها باشد. این اختلاف زمانی معادل  $34\text{ m}$  است: ۴ ۴۸

$$v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}, t = 0.1\text{s} \\ 2x_1 = vt \rightarrow 2x_1 = 340 \times 0.1 = 34\text{ m}$$

$$\Rightarrow x_1 = 17\text{ m}$$

يعني  $x_1$  باید بزرگ‌تر از  $17\text{ m}$  باشد، پس یا گزینه (۲) و یا گزینه (۴) صحیح است. از طرف دیگر باید بین پژواک اول و دوم نیز حداقل  $18^\circ$  اختلاف زمانی باشد که آن هم معادل  $17\text{ m}$  یا بیشتر است، پس باید بین  $x_1$  و  $x_2$  حداقل  $17\text{ m}$  اختلاف باشد که گزینه (۴) صحیح است.

توجه کنید که تمام ارزی منبع صوت از دهانه خروجی بلندگو عبور ۴ ۴۹

می‌کند، بنابراین توان صوت عبوری از دهانه بلندگو همان توان تولیدی منبع است.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{20}{\pi r^2} = \frac{20}{\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{80}{3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

دامنه میان‌چارکی که با  $IQR = Q_3 - Q_1$  می‌باشد:

$$1, 2, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 8, 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ Q_1 \quad Q_2 = \frac{5+5}{2} = 5 \quad Q_3$$

$$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow 2\sigma^2 - IQR = 9/2$$

چون واریانس داده‌های برابر صفر است پس همه داده‌ها با هم برابرد: ۱ ۴۲

$$m = n = p = 3 - x = y - 4 = 5$$

$$\Rightarrow m = 5, n = 5, p = 5, y = 9, x = -2$$

حال داده‌های جدید را بازنویسی می‌کنیم:

$$2m - z + 1 = 11 - z$$

$$n + 4z = 5 + 4z$$

$$x + 2z = -2 + 2z$$

$$2p - z = 10 - z$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{(11-z)+(5+4z)+(-2+2z)+(10-z)}{4} = z + 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(11-z-z-6)^2 + (5+4z-z-6)^2}{4}$$

$$+ \frac{(-2+2z-z-6)^2 + (10-z-z-6)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(5-2z)^2 + (3z-1)^2 + (z-8)^2 + (4-2z)^2}{4}$$

$$= \frac{25+4z^2-20z+9z^2+1-6z+z^2-16z+64+16+4z^2-16z}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{18z^2-58z+106}{4} = \frac{18z^2-14z+105}{4}$$

$$\Rightarrow 18z^2-58z+106=18z^2-56z+105$$

$$\Rightarrow z^2-2z+1=0 \Rightarrow (z-1)^2=0 \Rightarrow z=1$$

$$\Rightarrow 2x+y-z=2\times(-2)+9-(1)=4$$

$$\Rightarrow \sum f_i \times (x_i - \bar{x}) = 0 \quad \text{می‌دانیم}$$

$$\Rightarrow 10 \times (-3) + 7 \times (-2) + 2 \times (0) + x \times 2 + 6 \times 3 + 5 \times 4$$

$$= -30 - 14 + 0 + 2x + 18 + 20 = 0 \Rightarrow x = 3$$

می‌دانیم داده‌ای که مقدار آن برابر میانگین است، انحراف آن از میانگین برابر:

صفراست پس زاویه مرکزی آن در نمودار دایره‌ای برابر: ۱ ۴۳

$\alpha$	۲
۳۶۰	۳۳

$$\alpha = \frac{72^\circ}{33}$$

از طرفی زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای مربوط به داده با بیشترین فراوانی برابر است:

$\beta$	۱۰
۳۶۰	۳۳

$$\beta = \frac{360^\circ}{33}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{5}$$

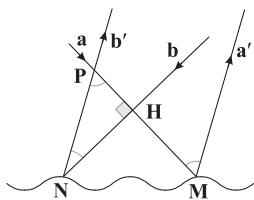
مد این داده‌ها را حذف می‌کنیم، داده‌های جدید به صورت ۳ ۴۴

زیر هستند:

$$1, 1, 3, 3, 5, 5, 7$$



۱ ۵۳ در شکل زیر، نقطه بروخورد پرتوی تابش a با سطح ناهموار با M و نقطه بروخورد پرتوی تابش b با سطح ناهموار با N نشان داده شده است. همچنین پرتوهای بازتاب را به ترتیب با' a' و b' نشان داده ایم. چون زاویه تابش پرتوی a برابر با  $60^\circ$  است، زاویه بین پرتوی تابش و پرتوی بازتاب آن برابر با  $60^\circ$  است ( $\hat{M} = 60^\circ$ ) و چون پرتوهای بازتاب a' و b' با یکدیگر موازی و پرتوی تابش a مورب است، در نتیجه داریم:



$$\hat{P} = \hat{M} = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{PHN}: \hat{P} + \hat{H} + \hat{N} &= 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow \hat{N} = 30^\circ \\ \text{زاویه } N, 2 \text{ برابر زاویه تابش پرتوی } b \text{ است، پس زاویه تابش پرتوی } b \text{ برابر} \\ &\text{با } 15^\circ \text{ است.} \end{aligned}$$

۱ ۵۴ موج FM نسبت به AM طول موج کمتر، بسامد و انرژی بیشتری دارد و تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلاً یکسان است. ۳ ۵۵ اختلاف دو بسامد متولی برابر بسامد اصلی می‌باشد، بنابراین:

$$f_2 = 240 - 180 = 60 \text{ Hz}$$

بسامد سوم سه برابر فرکانس اصلی است، بنابراین:

$$f_3 = 2f_1 = 2 \times 60 = 120 \text{ Hz}$$

۲ ۵۶ همواره در محیط‌های جامد، تندی امواج طولی بیشتر از تندی امواج عرضی است، بنابراین با توجه به این‌که امواج P، امواج طولی و امواج S، امواجی عرضی هستند، بنابراین  $v_P > v_S$  است، بنابراین:

$$v_P = v_S + \frac{30}{100} v_S \Rightarrow v_P = 4 v_S$$

اختلاف زمانی رسیدن دو موج P و S از عمق  $3/4$  کیلومتری به دستگاه لرزه‌نگار برابر ۲ دقیقه است، بنابراین:

$$\Delta x = \frac{v_S \times v_P}{v_P - v_S} \times \Delta t \Rightarrow 3600 = \frac{v_S \times 4 v_S}{4 v_S - v_S} \times 120$$

$$\Rightarrow 3600 = \frac{4}{3} v_S \times 120$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{4}{3} v_S \Rightarrow v_S = \frac{90}{4} = 22.5 \text{ m/s}$$

۳ ۵۷ اختلاف بسامد هماهنگ پنجم و دوم برابر  $240 \text{ Hz}$  است، بنابراین:

$$f_5 - f_4 = 240 \Rightarrow 5f_1 - 2f_1 = 240 \Rightarrow 3f_1 = 240 \Rightarrow f_1 = 80 \text{ Hz}$$

طول موج برابر است با:

$$v = \lambda f \Rightarrow 25 = 2 \times 12/5 = 25 \text{ cm}$$

تندی انتشار موج در تار برابر است با:

با توجه به رابطه تندی انتشار موج در تار داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v^2 = \frac{F}{\mu} \Rightarrow 400 = \frac{F}{\frac{5 \times 10^{-3}}{12/5 \times 10^{-2}}} = 25 F$$

$$\Rightarrow F = \frac{400}{25} = 16 \text{ N}$$

۱ ۵۰ ابتدا با استفاده از رابطه تراز شدت صوت، شدت صوت در مکانی که شخص ایستاده است را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \lambda = 10 \log \frac{1}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

از رابطه  $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ ، توان منبع صوت را به دست می‌آوریم. توان رسیده به

شخص،  $1/8$  برابر توان منبع است، بنابراین:

$$I = \frac{10^{-4} \text{ W}}{4\pi r^2} \Rightarrow P_{منبع} = \frac{10^{-4} \times 4\pi r^2}{10} \times I = \frac{5}{4} \times 4 \times 3 \times (10)^3 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow P_{منبع} = 15 \text{ W}$$

#### بررسی عبارت‌ها:

(الف) نوسان موج در راستای محور x است، در حالی‌که موج در راستای y در طناب منتشر می‌شود، پس موج ایجادشده از نوع عرضی است، بنابراین عبارت «الف» صحیح است.

ب و ج) ابتدا سرعت امواج را محاسبه می‌کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{72 \times 2}{40 \times 10^{-3}}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی بسامد نوسان منبع موج به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} x &= 0/0 \sin(\frac{2\pi}{\omega} t) \Rightarrow \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \Rightarrow 2\pi f &= 200\pi \Rightarrow f = 100 \text{ Hz} \end{aligned}$$

بنابراین طول موج برابر است با:

بنابراین عبارت‌های «ب» و «ج» هم صحیح هستند.

۲ ۵۲ تراز شدت صوت در فاصله یک متری از منبع صوت در حالت اول برابر است با:

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

$$\Rightarrow 30 = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow \log \left( \frac{I}{I_0} \right) = 3 \quad (*)$$

شدت صوت حاصل در فاصله مشخص شده از منبع صوت را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{E_2}{E_1} \times \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{5E_1}{E_1} \times \frac{1^2}{2^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow I_2 = \frac{5}{4} I_1$$

تراز شدت صوت در فاصله ۲ متری از منبع صوت برابر است با:

$$\beta_2 = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{5}{4} \times \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \frac{5}{4} + 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\xrightarrow{(*)} \beta_2 = 10 \log \frac{1}{\lambda} + 30 \Rightarrow \beta_2 = 10 (\log 10 - \log \lambda) + 30$$

$$\Rightarrow \beta_2 = 10 \times (1 - 3 \times 10^{-3}) + 30 \Rightarrow \beta_2 = 31 \text{ dB}$$



$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad \text{سبت تندی انتشار صوت} \quad ۶۳$$

در دو حالت را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \times L_2 \times m_1}{F_1 \times L_1 \times m_2}} \quad \text{ثابت: } F = \text{ثابت}, m = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

با توجه به رابطه بسامد صوت اصلی در تار ( $f = \frac{v}{2L}$ ، بسامد صوت اصلی با  $v$  رابطه مستقیم و با  $L$  رابطه عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{(f_1)_2}{(f_1)_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{L_1}{L_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{L_1}{\frac{1}{3}L_1} = \sqrt{3}$$

بسامد هماهنگ‌های مختلف در یک تار مرتعش دو انتهای بسته **۶۴**

باید ضریب صحیحی از بسامد اصلی بوده و همچنین اختلاف دو بسامد متولای برابر بسامد اصلی می‌باشد. بنابراین بسامد اصلی  $300\text{Hz}$  می‌باشد.

**۱ ۶۵** طبق متن سؤال، طول موج  $40\text{ cm}$  و طول لوله  $70\text{ cm}$

است، بنابراین طول لوله ضریب فردی از  $\frac{\lambda}{4}$  می‌باشد، بنابراین یک انتهای لوله باز می‌باشد. در لوله یک انتهای باز، فاصله انتهای لوله تا اولین گره برابر  $\frac{\lambda}{4}$  می‌باشد که این فاصله در این سؤال برابر  $10\text{ cm}$  می‌باشد.

**۳ ۶۶** فاصله دو گره مجاور برابر نصف طول موج است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 40 \Rightarrow \lambda = 80\text{ cm}$$

از طرفی بسامد  $10\text{ Hz}$  می‌باشد، در نتیجه سرعت انتشار صوت در تار برابر است با:

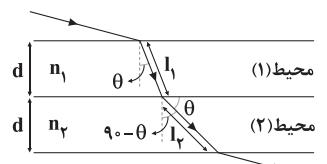
$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{100} \times 10 = \lambda \frac{m}{s}$$

در ادامه به کمک رابطه  $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$  داریم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{80 \times 10 \times 10^{-2}}{m}} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{\sqrt{m}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{m} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{16}\text{ kg} = 62.5\text{ g} = 62500\text{ mg}$$

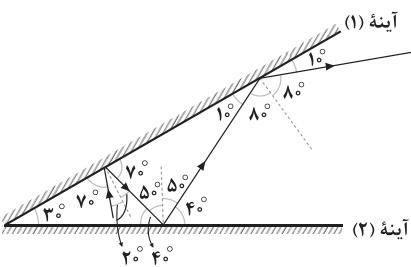
**۱ ۶۷** گام اول: مقایسه مسافت طی شده در هر محیط:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مجاور: } \cos \theta = \frac{d}{l_1} \Rightarrow l_1 = \frac{d}{\cos \theta} \\ \text{مقابل: } \sin \theta = \frac{d}{l_2} \Rightarrow l_2 = \frac{d}{\sin \theta} \end{array} \right.$$

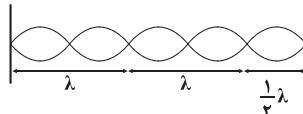
$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{\frac{d}{\cos \theta}}{\frac{d}{\sin \theta}} = \tan \theta$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی، مسیر عبور پرتو، مطابق شکل است.



همان‌طور که می‌بینید، در آخرین بازتابش از آینه (۱)، زاویه بازتابش برابر  $80^\circ$  است.

**۲ ۵۹** با رسم شکل مناسب می‌توان نوشت:



$$\frac{5}{2}\lambda = L \Rightarrow \frac{5}{2}\lambda = \frac{4}{10} \Rightarrow \lambda = 0.16\text{ m}$$

و در نهایت با استفاده از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.16 = \frac{12}{f} \Rightarrow f = 75\text{ Hz}$$

**۱ ۶۰** در حالت اول و دوم، تداخل در آب صورت گرفته و محيط انجام آزمایش تغییر نکرده و افزایش ارتفاع آب درون ظرف، تأثیری بر نتیجه ندارد، بنابراین  $a_2 = a_1$  و نسبت  $\frac{a_2}{a_1}$  برابر یک است.

**۳ ۶۱** پرتو موج فقط در صورتی که به شکل مایل وارد محيط دیگری شود، شکسته خواهد شد، بنابراین پرتو الزاماً شکسته خواهد شد و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

هر موج الکترومغناطیسی که از خلا وارد محيط شفاف دیگری شود، تندی انتشار و طول موج آن کاهش خواهد یافت و داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \frac{n_1=1}{n_2=2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{2}\lambda_1$$

بنابراین طول موج  $50\text{ cm}$  درصد کاهش می‌یابد.

**دقت کنید:** فاصله بین جبهه‌های موج متولای برابر با طول موج است.

**۳ ۶۲** سرعت آمبولانس برابر است با:

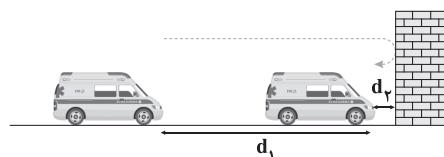
$$v_1 = \frac{1}{5} v = \frac{1}{5} \times 300 = 60 \frac{m}{s}$$

مسافتی که آمبولانس تا لحظه دریافت بازتاب صوت از دیوار توسط راننده  $d_1 = v_1 t = 60 \times 2/5 = 15\text{ m}$  می‌باشد، برابر است با:

مسافتی که صوت در این مدت طی می‌کند، برابر است با:

$$d_1 + 2d_2 = v_2 t \Rightarrow 15 + 2d_2 = 300 \times 2/5$$

$$\Rightarrow 15 + 2d_2 = 75 \Rightarrow d_2 = 30\text{ m}$$





**۷۳** ظرفیت گرمایی ویژه به جرم یا حجم وابستگی ندارد، بنابراین ثابت می‌ماند اما با نصف شدن حجم، جرم نیز نصف شده و ظرفیت گرمایی نیز نصف می‌شود.

**۷۴** ابتدا دمای اولیه جسم را بر حسب کلوین به دست می‌آوریم:  
 $T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow T_1 = 27 + 273 = 30^\circ\text{K}$

دما ۹ درصد افزایش یافته است، بنابراین:

$$T_2 = T_1 + \frac{9}{100} T_1 \Rightarrow T_2 = 30^\circ + \frac{9}{100} \times 30^\circ = 327^\circ\text{K}$$

دمای  $T_2$  را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:  
 $T_2 = \theta_2 + 273 \Rightarrow 327 = \theta_2 + 273 \Rightarrow \theta_2 = 327 - 273 = 54^\circ\text{C}$

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{54}{27} = 2 \quad \text{بنابراین:}$$

**۷۵** تنها عبارت «الف» درست است.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) کمترین دمای ممکن صفر کلوین، یعنی  $-273/15^\circ\text{C}$  – درجه سلسیوس است.

ج) دما سنج‌های بیشینه و کمینه می‌توانند در یک مدت زمان مشخص، بیشینه و کمینه دما را نشان دهند.

د) دما سنج‌های ترموموکوپ به دلیل دقت کمتر نسبت به سایر دما سنج‌ها از دسته دما سنج‌های معیار کنار گذاشته شدند.

**۷۶** با توجه به قانون گازهای کامل داریم:

$$\begin{aligned} PV &= nRT \\ \frac{n}{M} &\rightarrow PV = \frac{m}{M} RT \xrightarrow{m=\rho V} PV = \frac{\rho V}{M} RT \\ \Rightarrow PM &= \rho RT \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{4}{3} \times \frac{(273+27)}{(273+227)} = \frac{4}{5} \quad \text{بنابراین:} \\ \Rightarrow \rho_2 &= \frac{4}{5} \times 2 = 1.6 \frac{\text{g}}{\text{L}} \end{aligned}$$

**۷۷** نمودار  $P-V$  به صورت خط می‌باشد. به عبارتی رابطه بین فشار و حجم به صورت  $P=aV$  می‌باشد. به کمک معادله حالت، رابطه  $V$  و  $T$  را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} PV &= nRT \xrightarrow{P=aV} aV \times V = nRT \Rightarrow V^2 = \left[ \frac{nR}{a} \right] T \\ \Rightarrow V &= \alpha \sqrt{T} \end{aligned}$$

**۷۸** تغییرات انرژی درونی گاز در مجموع دو فرایند برابر با مجموع تغییرات انرژی درونی گاز در دو فرایند است، بنابراین:

$$\Delta U_{\text{هم دما}} + \Delta U_{\text{بی دررو}} = \Delta U_{\text{کل}}$$

تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم‌دما صفر است، در نتیجه تغییر انرژی درونی کل با تغییر انرژی درونی گاز در فرایند بی‌درو برابر است، بنابراین:

$$\Delta U_{\text{بی دررو}} = \Delta U_{\text{بی دررو}} + W_{\text{بی دررو}} = Q_{\text{بی دررو}} \quad \text{کل}$$

گرما در فرایند بی‌درو صفر است. از طرفی در فرایند تراکمی، کار محیط روی دستگاه، مثبت است، درنتیجه داریم:

$$\Delta U_{\text{کل}} = Q_{\text{بی دررو}} + W_{\text{بی دررو}} = 0 + 400 = 400 \text{J}$$

**۷۹** گام دوم: مقایسه تندی انتشار نور در دو محیط:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \tan \theta$$

$\cos \theta$

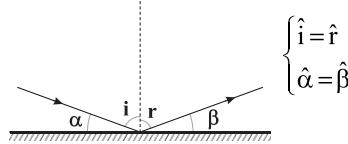
**۸۰** گام سوم: مقایسه زمان عبور پرتو نور:

$$t = \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{l_2}{l_1} \times \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\tan \theta} = 1$$

**۸۱** تعداد شکم در تارها برابر شماره هماهنگ است، بنابراین:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_3 = \frac{3 \times 90}{2 \times 0.9} = 150 \text{Hz}$$

**۸۲** با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:



$$\Rightarrow \hat{i} + \hat{r} = 120^\circ + \hat{\beta} \Rightarrow 2\hat{i} = 120^\circ + \hat{\beta}$$

$$\Rightarrow 2 \times (90^\circ - \hat{\alpha}) = 120^\circ + \hat{\beta} \Rightarrow 2 \times (90^\circ - \hat{\beta}) = 120^\circ + \hat{\beta}$$

$$\Rightarrow 180^\circ - 2\hat{\beta} = 120^\circ + \hat{\beta} \Rightarrow 60^\circ = 3\hat{\beta} \Rightarrow \hat{\beta} = 20^\circ$$

بنابراین زاویه بازتابش برابر است با:

**۸۳** با توجه به رابطه  $\frac{V}{f} = \lambda$ ، با نصف شدن طول موج و ثابت ماندن تندی، بسامد دو برابر می‌شود بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = (2)^2 \times (2)^2 \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16 \Rightarrow I_2 = 16 \times \frac{W}{m^2}$$

**۸۴** ابتدا محاسبه می‌کنیم که اگر آب  $100^\circ\text{C}$  بخواهد به آب  $100^\circ\text{C}$  برسد، چند زول گرما احتیاج دارد.

$$Q = mc\Delta\theta = 0.5 \times 4 \times (100 - 80) = 40 \text{kJ}$$

اما بخار آب  $20^\circ\text{kJ}$  گرما از دست داده است، پس آب  $100^\circ\text{C}$  که  $20^\circ\text{kJ}$  گرفته به آب  $100^\circ\text{C}$  نرسیده است. حال محاسبه می‌کنیم که اگر  $20^\circ\text{kJ}$  گرما به آب  $100^\circ\text{C}$  بدهیم، دمای آن به چند درجه سلسیوس می‌رسد.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 20 = 0.5 \times 4 \times (\theta - 80) \Rightarrow \theta = 90^\circ\text{C}$$

**۸۵** از رابطه  $Q = Pt$  در دو حالت تغییر دما و تغییر حالت استفاده می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = Pt \Rightarrow P \times 60 = mc \times (100 - 80)$$

$$Q = \frac{m}{2} L_V = Pt' \Rightarrow Pt' = \frac{m}{2} L_V$$

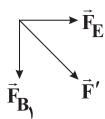
در ادامه این دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{Pt'}{P \times 60} = \frac{\frac{m}{2} L_V}{100 \times \frac{m}{2} c} \Rightarrow \frac{t'}{60} = \frac{L_V}{200c}$$

$$\frac{L_V = 50^\circ\text{C}}{60^\circ\text{C}} \Rightarrow \frac{t'}{60} = \frac{50^\circ\text{C}}{200^\circ\text{C}} \Rightarrow t' = 15^\circ\text{S}$$



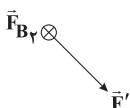
ابتدا برایند نیروهای  $\vec{F}_E$  و  $\vec{F}_{B_1}$  را به دست می‌آوریم:



$$F' = \sqrt{\vec{F}_{B_1}^2 + \vec{F}_E^2} \Rightarrow F' = \sqrt{(48 \times 10^{-4})^2 + (32 \times 10^{-4})^2}$$

$$\Rightarrow F' = \sqrt{(16 \times 10^{-4})^2 \times (3^2 + 2^2)} \Rightarrow F' = 16\sqrt{13} \times 10^{-4} \text{ N}$$

حال برایند  $\vec{F}'$  و  $\vec{F}_{B_1}$  را محاسبه می‌کنیم:



$$F_t = \sqrt{F'^2 + F_{B_1}^2} \Rightarrow F_t = \sqrt{(16\sqrt{13} \times 10^{-4})^2 + (8 \times 10^{-4})^2}$$

$$\Rightarrow F_t = \sqrt{(16 \times 10^{-4})^2 \times ((\sqrt{13})^2 + 5^2)}$$

$$\Rightarrow F_t = 16 \times 10^{-4} \times \sqrt{38} \text{ N} \xrightarrow{\times 10^3} 1/6 \sqrt{38} \text{ mN}$$

اندازه نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی به الکترون وارد شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_B = |q|vB \sin \theta \quad (1)$$

$$F = ma \quad (2)$$

از طرفی طبق قانون دوم نیوتون داریم:

بنابراین با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

$$|q|vB \sin \theta = ma \xrightarrow{\theta=90^\circ} |q|vB = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{|q|vB}{m} = \frac{1/6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10/182 \times 10^{-4}}{9/1 \times 10^{-31}}$$

$$\Rightarrow a = 16 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در رابطه  $F = |q|vB \sin \theta$ ،  $\theta = 90^\circ$  زاویه بین خطوط میدان

مغناطیسی و راستای بدار سرعت است که در این شکل و در هر دو حالت گفته شده برابر  $90^\circ$  درجه است. پارامترهای  $|q|$  و  $v$  و  $B$  هم تغییری نکرده و ثابت مانده‌اند، پس نیروی وارد بر الکترون ثابت است، درنتیجه داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = 1$$

طول سیم برابر محیط دایره (حلقه) است:

$$2\pi R = 1 \Rightarrow 2R = \frac{1}{\pi} \quad (*)$$

اندازه میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \xrightarrow{(*)} B = \mu_0 \pi I = 4\pi \times 10^{-7} \times \pi \times 3 = 12 \times 10^{-6} \text{ T}$$

اندازه نیروی وارد بر بار از طرف میدان مغناطیسی حلقه برابر است با:

$$F_B = |q|vB \sin 90^\circ = 5 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^4 \times 12 \times 10^{-6} \times 1$$

$$\Rightarrow F_B = 360 \times 10^{-8} \text{ N} \xrightarrow{\times 10^3} F_B = 36 \times 10^{-8} \text{ mN}$$

۳ ۷۹ فرایند AB هم فشار و فرایند BC هم حجم است، بنابراین کار انجام شده در فرایند BC برابر صفر و کار کل همان کار انجام شده در فرایند AB می‌باشد.

$$W_{AB} = -P\Delta V = -5 \times 10^3 \times (10 - 20) \times 10^{-3} = 50 \text{ J}$$

حاصل ضرب PV دو نقطه A و C با هم برابر است، بنابراین تغییرات دمایی گاز در کل فرایند برابر صفر است، درنتیجه تغییرات انرژی درونی گاز در مجموع دو فرایند برابر صفر است، بنابراین:

$$\Delta U_{\text{کل}} = Q_{\text{کل}} + W_{\text{کل}} = (Q_{AB} + W_{AB}) + (Q_{BC} + W_{BC})$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{کل}} = Q_{\text{کل}} + 50 \xrightarrow{= 0} Q_{\text{کل}} = -50 \text{ J}$$

۳ ۸۰ با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 1750 = 1350 + W \Rightarrow W = 400 \text{ J}$$

کار انجام شده بر روی گاز در فرایند هم فشار برابر است با:

$$W = -P\Delta V \Rightarrow 400 = -10^5 \times \Delta V \Rightarrow \Delta V = -\frac{400}{10^5} = -4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

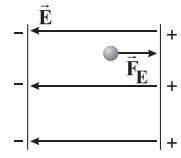
۱ ۸۱ چون خطوط میدان مغناطیسی از هر دو آهنربا خارج شده‌اند،

بنابراین قطب‌ها همنام هستند و هر دو قطب N هستند.

چون خط میدان مغناطیسی آهنربای (۲) خمیدگی بیشتری دارد می‌توان

فهمید که آهنربای (۱) قوی‌تر است.

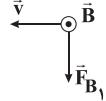
۱ ۸۲ نیروی وارد بر بار از طرف میدان الکتریکی برابر است با:



$$F_E = E|q|$$

$$\Rightarrow F_E = 80 \times 4 \times 10^{-6} = 32 \times 10^{-6} \text{ N}$$

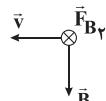
نیروی وارد بر بار از طرف میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برابر است با:



$$F_{B_1} = |q|vB \sin 90^\circ = 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-6} \times 1$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{B_1} = 48 \times 10^{-4} \text{ N}$$

نیروی وارد بر بار از طرف میدان مغناطیسی آهنربا برابر است با:



$$F_{B_2} = |q|vB \sin 90^\circ = 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-6} \times 1$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{B_2} = 80 \times 10^{-4} \text{ N}$$

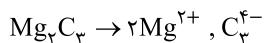


شار مغناطیسی عبوری از حلقه در راستای محور  $x$  برابر است با:

$$\begin{cases} \Phi_x = AB_x \cos^{\circ} \\ A = \pi r^2 = 3 \times (2 \times 10^{-3})^2 = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ \Rightarrow \Phi_x = 12 \times 10^{-6} \times 5 \times 1 = 60 \times 10^{-6} \text{ Wb} \\ \xrightarrow{x=10^{-3}} \Phi_x = 60 \times 10^{-3} \text{ mWb} \end{cases}$$

### شیمی

۹۱ یک ترکیب یونی شامل یون‌های  $Mg^{2+}$  و  $C_7^{4-}$  است.



$$45/5 \times 100 = 90\% \quad 92$$

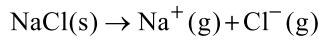
$$=\frac{35/5}{74/5} \times 100 = 47.6$$

$$\begin{aligned} &[(\frac{60/7}{100} \times \frac{45}{100}) + (\frac{47/6}{100} \times \frac{55}{100})] \times 75 \\ &= [0.2731 + 0.2618] \times 75 = 40.1 \text{ g} \end{aligned}$$

۹۳ گونه‌های  $SCO$ ,  $C_2H_2$ ,  $HCN$ ,  $NS_2^+$  و ساختار خطی

دارند و ساختار سه گونه دیگر به صورت خمیده (V) شکل است.

۹۴ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف باید تغییرات زیر را اعمال کنیم:

واکنش III را اولو نه و ضرایب آن را در عدد  $\frac{1}{2}$  ضرب کنیم.

ضرایب واکنش V را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کنیم.

سپس این واکنش‌ها را با واکنش I و II وارونه واکنش IV جمع کنیم:

$$\Delta H = (\frac{1}{2}(+822)) + (\frac{1}{2}(243)) + 108 + 496 + (-249)$$

$$= 787.5 \text{ kJ}$$

۹۵ به جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

یک رنگ دانه سفید بوده و طول موج‌های مرئی را جذب نمی‌کند اما

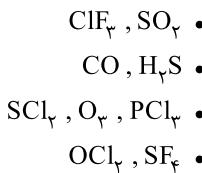
ممکن است سایر پرتوهای الکترومغناطیسی نامرئی را جذب کند.

۹۶ بزرگترین و کوچکترین شعاع یونی با توجه به گزینه‌ها به

ترتیب مربوط به  $O^{2-}$  و  $Mg^{2+}$  بوده و در نتیجه بیشترین تفاوت شعاع یونی نیز مربوط به این دو عنصر خواهد بود.

۹۷ تنها در مجموعه سوم شمار مولکول‌های قطبی بیشتر از شمار مولکول‌های ناقطبی است.

شمار مولکول‌های قطبی هر مجموعه در زیر آمده است:



۸۶ با توجه به رابطه  $\bar{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  اندازه نیرو محركة القایی

متوسط در حلقه با شبیه خط ( $\tan \alpha$ ) در نمودار  $t$ - $\Phi$  رابطه مستقیم دارد، یعنی در هر مرحۀ زمانی هر کجا شبیه خط بیشتر باشد، اندازه نیرو محركة القایی متوسط در حلقه بزرگ‌تر است.

۸۷ شبیه خط در نمودار ثابت است، یعنی تغییرات اندازه میدان

نسبت به زمان از لحظه  $t = 0$  تا لحظه  $t = 5s$  همواره عددی ثابت است. (ثابت  $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$

از روی نمودار مقدار  $\Delta B$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow B_1 = 0 / 0 \Lambda T \\ t_2 = 0 / 5s \Rightarrow B_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta B = 0 - 0 / 0 \Lambda = -0 / 0 \Lambda T$$

حال با استفاده از رابطه  $I = -\frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  و جایگذاری  $\Delta \Phi = A \Delta B$  در آن جریان را به دست می‌آوریم:

$$I = -\frac{N}{R} \frac{A \Delta B}{\Delta t} = -\frac{1}{3} \times \frac{75 \times 10^{-4} \times (-8 \times 10^{-2})}{5 \times 10^{-1}}$$

$$\Rightarrow I = 4 \times 10^{-4} A \xrightarrow{x=10^{-3}} I = 0.4 \text{ mA}$$

۸۸ دوره تناوب این حلقه برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{0 / 5 \times 60 = 30}{25} \Rightarrow T = \frac{30}{75} = \frac{1}{25} \text{ s}$$

معادله جریان متناوب به شکل زیر است:

$$\begin{cases} I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T} t) \\ T = \frac{1}{25} \text{ s} \\ I_m = 6 \text{ A} \\ t = 5 \times 10^{-3} \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = 6 \sin(\frac{2\pi}{1} \times 5 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow I = 6 \sin(5\pi \times \frac{5}{100}) = 6 \sin(\frac{\pi}{4}) = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

۸۹ برای یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچه‌های آن ناچیز است، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{N'}{N} \xrightarrow{N=400, N'=400-80=320} \frac{V'}{V} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} \Rightarrow V' = \frac{4}{5} V$$

۹۰ چون نیم خط عمود بر سطح حلقه موازی محور X‌ها است،

پس مؤلفه عمودی میدان مغناطیسی با نیم خط عمود، زاویه  $90^\circ$  می‌سازد.

پس داریم:

$$\Phi_y = AB_y \cos 90^\circ \Rightarrow \Phi_y = 0$$



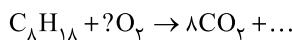
۲ ۱۰۶ ابتدا حجم مولی گازها را در دمای  $91^{\circ}\text{C}$  و فشار  $2/66\text{ atm}$  به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{2/66 \times V_2}{(91+273)} \Rightarrow V_2 = 11/2 \text{ L.mol}^{-1}$$

$$d_{F_2} = \frac{2 \times 19}{11/2}, \quad d_{He} = \frac{4}{11/2}$$

$$d_{\text{مخلوط}} = \left( \frac{2^{\circ}}{100} \times \frac{38}{11/2} \right) + \left( \frac{8^{\circ}}{100} \times \frac{4}{11/2} \right) = 0.96 \text{ g/L}$$

۴ ۱۰۷



$$? \text{ kg CO}_2 = 300 \text{ km} \times \frac{7 \text{ L C}_8\text{H}_{18}}{100 \text{ km}} \times \frac{0.7 \text{ g C}_8\text{H}_{18}}{10^{-3} \text{ L C}_8\text{H}_{18}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ kg CO}_2}{1000 \text{ g CO}_2} \approx 45 \text{ kg CO}_2$$

۴ ۱۰۸ افزایش فشار تا دو برابر نشان می‌دهد که شمار مول‌های گازی دو برابر شده است:

$$\frac{4^{\circ} \text{ g Ne}}{2^{\circ} \text{ g.mol}^{-1}} = 2 \text{ mol Ne}$$

به این ترتیب مخلوط اولیه شامل ۲ مول گاز بوده است.

شمار مول‌های هلیوم و نئون در مخلوط اولیه را به ترتیب با  $a$  و  $b$  نشان می‌دهیم:

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 4a+2b=20 \end{cases} \Rightarrow a=1/25, b=0.75$$

$$0.75 \text{ mol} \times \frac{2^{\circ} \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 15 \text{ g Ne}$$

۳ ۱۰۹ با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید مذاب را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می‌کنند.



۴ ۱۱۰ هر چهار عبارت درست هستند. برای تأیید عبارت‌های دوم و سوم می‌توان مولکول‌های  $\text{NO}_2$  و  $\text{SO}_2$  را مثال زد. این دو مورد به همراه  $\text{H}_2\text{O}$  عبارت چهارم را تأیید می‌کنند. عبارت نخست که همواره درست است.

۳ ۱۱۱

$$\frac{(\text{چگالی محلول}) (\text{درصد جرمی})}{\text{جرم مولی حل شونده}} = \frac{1^{\circ}}{10}$$

$$\frac{1^{\circ} \times a \times 1/15}{(39+127)} \Rightarrow \% a = 17/9$$

۴ ۹۸ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند. در ارتباط با درستی عبارت دوم باید گفت که عنصرهای دسته S شامل ۱۴ عنصر هستند که

$$\frac{12}{14} \times 100\% = 85/71 \text{ جزو فلزها هستند:}$$

۳ ۹۹ در نقشهٔ پتانسیل  $\text{CH}_4$ ، تراکم رنگ آبی پیرامون اتم‌های هیدروژن بیشتر است.

• در نقشهٔ پتانسیل کلروفرم، بیشترین تراکم رنگ آبی روی اتم هیدروژن است.

• در نقشهٔ پتانسیل  $\text{SCO}_2$  و  $\text{CO}_2$ ، بیشترین تراکم رنگ آبی روی اتم کربن است.

۳ ۱۰۰ فلز روی کاهنده بوده و موجب کاهش عدد اکسایش نمک‌های وانادیم می‌شود. در صورتی که رنگ‌های آبی و زرد به ترتیب متعلق به وانادیم (IV) و وانادیم (V) است.

۴ ۱۰۱ فرمول یون‌های پایدار اکسیژن و آلومینیم به ترتیب  $\text{O}^{2-}$  و  $\text{Al}^{3+}$  است.

$$V_{\text{O}^{2-}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (15^{\circ})^3 = 1/35 \times 10^7 \text{ pm}^3$$

$$\text{بار} = \frac{2}{\text{حجم}} = \frac{2}{1/35 \times 10^7} = 1/48 \times 10^{-7} \text{ pm}^{-3}$$

$$\text{Al}^{3+} = 3 \times 1/6 \times 10^{-19} = 4/8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$r_{\text{Al}^{3+}} = 6 \cdot \text{pm} \times \frac{10^{-12} \text{ m}}{1 \text{ pm}} \times \frac{10^9 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 6 \times 10^{-9} \text{ cm}$$

$$V_{\text{Al}^{3+}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (6 \times 10^{-9})^3 = 864 \times 10^{-27} \text{ cm}^3$$

$$\text{Al}^{3+} = \frac{4/8 \times 10^{-19} \text{ C}}{864 \times 10^{-27} \text{ cm}^3} = 5/55 \times 10^5 \frac{\text{C}}{\text{cm}^3}$$

۳ ۱۰۲ ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای بین آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم‌های فلز، آزادانه جایه‌جا می‌شوند.

۲ ۱۰۳

$$\text{شمار کاتیون} = \frac{\text{عدد کوئور دیناسیون آنیون}}{\text{شمار آنیون}} \text{ عدد کوئور دیناسیون کاتیون}$$

با توجه به فرمول شیمیایی سدیم سیلیکات ( $\text{Na}_4\text{SiO}_4$ )، کلسیم سیلیکات ( $\text{Ca}_2\text{SiO}_4$ ) و آلومینیم سولفات ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ ) نسبت عدد کوئور دیناسیون آنیون به عدد کوئور دیناسیون کاتیون این سه ترکیب به ترتیب  $4/2$  و  $2/3$  است.

۳ ۱۰۴ فلزهای دسته D همانند فلزهای دسته S و p، دارای ویژگی‌هایی مانند جلا، رسانایی الکتریکی، رسانایی گرمایی و نیز شکل‌بندی‌هستند، اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و نوع اعداد اکسایش با آن‌ها تفاوت دارند.

۴ ۱۰۵ در سیلیسیم کربید ( $\text{SiC}$ ) هر کدام از اتم‌های Si و C به چهار اتم دیگر متصل است.



$$S = a\theta + b$$

$$\theta : 75^\circ C \Rightarrow 75g \text{ محلول سیر شده} \Rightarrow \begin{cases} 50g H_2O \\ 25g \text{ نمک} \end{cases}$$

$$\theta : 0^\circ C \Rightarrow 50g \text{ محلول سیر شده} \Rightarrow \begin{cases} (50 - 13)/5 = 36/5 g H_2O \\ 13/5 g \text{ نمک} \end{cases}$$

مبناً انحلال پذیری این است که جرم حلal (آب) را برابر  $100g$  در نظر بگیریم. در این صورت جرم نمک ( $S$ ) در دماهای  $C$  و  $75^\circ C$  و  $0^\circ C$  برابر خواهد بود با:

$$75^\circ C : \frac{25}{50} = \frac{S_2}{100} \Rightarrow S_2 = 50g$$

$$0^\circ C : \frac{13/5}{36/5} = \frac{S_1}{100} \Rightarrow S_1 = 37g$$

$$a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{50 - 37}{75 - 0} \approx 0.17$$

درصد جرمی فسفات در محلول برابر است با:

$$3800 \times 10^{-4} = 0.38$$

$$\frac{(\text{چگالی محلول})(\text{درصد جرمی})}{\text{جرم مولی فسفات}} = \frac{10}{\text{غلظت مولی فسفات}}$$

$$= \frac{10 \times 0.38}{95} = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به فرمول پتاسیم فسفات ( $K_3PO_4$ ), غلظت مولی پتاسیم،  $3$  برابر غلظت مولی فسفات است:

۳ ۱۱۴ عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

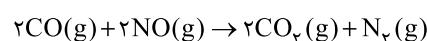
(پ) در مجموعه‌ای از مولکول‌های آب، هر اتم هیدروژن با یک نیروی جاذبه قوی از سوی اتم اکسیژن در مولکول همسایه جذب می‌شود.

(ت) نقطه جوش  $HF$  ( $19^\circ C$ ) پایین‌تر از دمای اتاق ( $25^\circ C$ ) بوده و  $HF$  در این شرایط به حالت غاز و مولکول‌های آن، جدا از هم هستند.

۳ ۱۱۵ شمار پیوندهای میان مولکول‌های  $H_2O$  در حالت جامد (یخ)

بیشتر از حالت مایع (آب) بوده و همین مطلب، موجب منظم شدن مولکول‌ها و ایجاد فضای خالی میان آن‌ها و در نتیجه افزایش حجم و کاهش چگالی می‌شود.

۳ ۱۱۶ معادله موافقه شده واکنش به صورت زیر است:



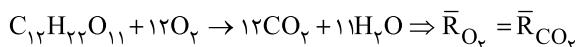
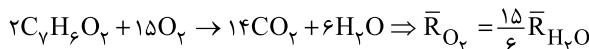
اگر بر اثر انجام واکنش، سه حجم از فراورده‌ها تولید شود،  $\frac{1}{3}$  آن یعنی معادل

یک حجم از فراورده‌ها مربوط به  $N_2$  است:

$$\Delta V(N_2) = \frac{1}{3}(40/32) = 13/44 L N_2$$

$$\bar{R}_{N_2} = \bar{R}_N = \frac{\Delta n}{V \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{1/5}{V \cdot \frac{40}{60}} = \frac{13/44}{V \times \frac{4}{60}} \Rightarrow V = 0.6 L \equiv 6 dL$$

۱ ۱۱۷ اسید A و فند B به ترتیب  $C_{12}H_{22}O_{11}$  و  $C_7H_6O_2$  هستند.



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{15}{6} \bar{R}_{H_2O} = \bar{R}_{CO_2} \Rightarrow \frac{R_{H_2O}}{R_{CO_2}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta n(H_2O)}{\Delta n(CO_2)} = \frac{\Delta V(H_2O)}{\Delta V(CO_2)} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۲ ۱۱۸ بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) شیمی دان‌ها با انجام پژوهش‌های گستردۀ موفق به ساخت پلیمرهای سبز شدند.

(ب) پلیمرهای سبز امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل ردپای کوچک‌تری در محیط‌زیست بر جای می‌گذارند.

۳ ۱۱۹ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

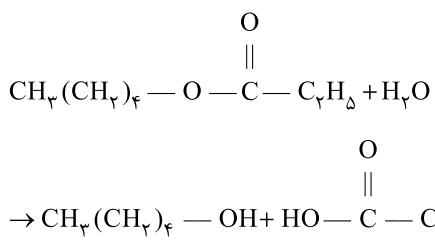
### بررسی عبارت‌های نادرست:

• شمار اتم‌های سازنده هر مولکول سلولز، بسیار زیاد است.

• از پلی وینیل کلرید  $+ CH_2 - \underset{Cl}{CH} +$  برای ساخت کیسهٔ خون استفاده می‌شود.

۳ ۱۲۰ کافیست پیوند  $C-O-C$  در استر را شکسته شده در نظر بگیریم.

سپس به سمت O یک اتم H اضافه کنیم تا الکل سازندهٔ استر مشخص شود و به سمت C یک گروه OH اضافه کنیم تا اسید سازندهٔ استر به دست آید:



[پروپانویک اسید] [۱-پنتانول]

۱ ۱۲۱ • ویتامین‌های A, C و D دارای گروه عاملی هیدروکسیل هستند.

• فقط ویتامین K دارای حلقه بنزنی است.

۲ ۱۲۲ در ساختار تفلون و پلی‌پروپن تمامی پیوندهای به صورت یگانه (ساده) است.

۲ ۱۲۳ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

• بسیاری از پلی‌آمیدها طبیعی بوده مانند شاخ‌گوزن، پشم گوسفند، پوست، مو، ناخن و ...

• پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده، تمایلی به انجام واکنش ندارند.

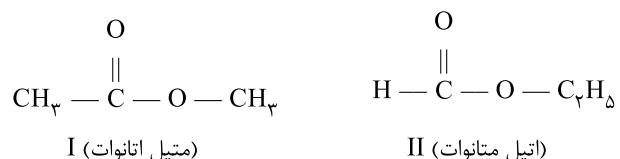


۴ ۱۲۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در ارتباط با لاکتیک اسید درست هستند.  $(C_3H_6O_3)$

در ارتباط با درستی عبارت اول باید گفت که فرمول مولکولی و جرم مولی گلوكز  $(C_6H_{12}O_6)$ ، دو برابر فرمول مولکولی و جرم مولی لاکتیک اسید  $(C_3H_6O_3)$  است.

۳ ۱۲۵ به جز عبارت دوم سایر عبارتها درست هستند.

- برای استری با فرمول  $C_3H_6O_2$  می‌توان چند ساختار در نظر گرفت که دو نمونه از آن‌ها به صورت زیر است:



- نیروی بین مولکولی استرها از نوع وان‌دروالسی است.
- متیل اتانوات (ساختار I) را از واکنش متابول با استریک اسید می‌توان به دست آورد.
- استری با فرمول مولکولی  $C_3H_6O_2$  با پروپانوئیک اسید ایزومر است، اما نقطه جوش آن پایین‌تر از پروپانوئیک اسید است، زیرا نمی‌تواند با مولکول‌های خود همانند مولکول‌های پروپانوئیک اسید پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.